TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
GS. TSKH. VŨ DUY QUANG

THUỶ KHÍ
ĐỘNG LỰC ỨNG DỤNG

Thân tặng em Lê Thanh Tùng
Ngày 10.9.2007
Tác giả

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG
HÀ NỘI - 2006

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn sách này được hoàn thành trên cơ sở cuốn giáo trình cùng tên do Trường Đại học Bách khoa Hà Nội xuất bản cách đây 10 năm. Trong 10 năm qua, cuốn giáo trình "Thuỷ khí động lực ứng dụng" với thời lượng 4 đơn vị học trình cơ bản (60 tiết học) đã được sử dụng rộng rãi, nhất là sinh viên Đại học Bách khoa Hà Nội.

Nhằm đáp ứng yêu cầu giảng dạy và học tập với chất lượng ngày càng cao, chúng tôi đã bổ sung, hiệu chỉnh và thêm phần bài tập.

Tác giả chân thành cảm ơn các đồng nghiệp bộ môn Kỹ thuật thuỷ khí, Đại học Bách khoa Hà Nội và Nhà xuất bản Xây dựng.

Hà Nội, tháng 4 năm 2005

Tác giả

Chương 1
MỞ ĐẦU

§1.1. ĐỐI TƯỢNG, PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU MÔN HỌC - ỨNG DỤNG

1. Đối tượng

Môn học Thuỷ khí động lực ứng dụng, còn được gọi là Cơ học chất lỏng ứng dụng hay gọi một cách gần đúng là Kĩ thuật thủy khí. Đối tượng nghiên cứu của môn học là chất lỏng. Chất lỏng ở đây hiểu theo nghĩa rộng, bao gồm chất lỏng ở thể nước - chất lỏng không nén được (khối lượng riêng ρ không thay đổi) và chất lỏng ở thể khí - chất lỏng nén được (khối lượng riêng thay đổi, $\rho \neq \text{const}$). Để tiện cho việc nghiên cứu, cũng như theo sự phát triển của khoa học, người ta chia chất lỏng thành chất lỏng lí tưởng hay là chất lỏng không nhớt và chất lỏng thực, còn gọi là chất lỏng nhớt (độ nhớt $\mu \neq 0$). Chất lỏng tuân theo quy luật về lực nhớt của Niutơn gọi là chất lỏng Niutơn. Còn những chất lỏng không tuân theo quy luật này người ta gọi là chất lỏng phi Niutơn, như dầu thô chẳng hạn.

Thuỷ khí động lực nghiên cứu các quy luật cân bằng và chuyển động của chất lỏng. Thông thường trong giáo trình, người ta chia thành ba phần:

- Tĩnh học chất lỏng: nghiên cứu các điều kiện cân bằng của chất lỏng ở trạng thái tĩnh.

- Động học chất lỏng: nghiên cứu chuyển động của chất lỏng theo thời gian, không kể đến nguyên nhân gây ra chuyển động.

- Động lực học chất lỏng: nghiên cứu chuyển động của chất lỏng và tác dụng tương hỗ của nó với vật rắn. Cụ thể là phải giải 2 bài toán cơ bản sau đây:

1. Xác định sự phân bố vận tốc, áp suất, khối lượng riêng và nhiệt độ trong chất lỏng.

2. Xác định lực tác dụng tương hỗ giữa chất lỏng và vật rắn xung quanh nó.

Vị trí của môn học: nó là nhịp nối giữa những môn khoa học cơ bản (toán, lí...) với những môn kĩ thuật chuyên ngành.

2. Phương pháp nghiên cứu

Dùng 3 phương pháp sau đây:

- Phương pháp lí thuyết: Sử dụng công cụ toán học, chủ yếu như toán giải tích, phương trình vi phân. Chúng ta sẽ gặp lại các toán tử vi phân quen thuộc như:

gradient: $$\text{grad}p = \vec{i}\frac{\partial p}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial p}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial p}{\partial z};$$

divergent: $$\text{div}\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z};$$

rotor: $\text{rot}\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$;

Toán tử Laplas: $\Delta = \nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$

Đạo hàm toàn phần: $V(x,y,z,t): \dfrac{dV}{dt} = \dfrac{\partial V}{\partial t} + \dfrac{\partial V}{\partial x}\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\dfrac{dy}{dt} + \dfrac{\partial V}{\partial z}\dfrac{dz}{dt}$;

Và sử dụng các định lí tổng quát của cơ học như định lí bảo toàn khối lượng, năng lượng, định lí biến thiên động lượng, mômen động lượng, ba định luật trao đổi nhiệt (Fourier), vật chất (Fick), động lượng (Newton).

- Phương pháp thực nghiệm: dùng trong một số trường hợp mà không thể giải bằng lí thuyết, như xác định hệ số cản cục bộ.

- Phương pháp bán thực nghiệm: kết hợp giữa lí thuyết và thực nghiệm.

3. Ứng dụng

Thuỷ khí động lực có ứng dụng rất rộng rãi trong các ngành khoa học, kĩ thuật như giao thông vận tải, hàng không, cơ khí, công nghệ hoá học, vi sinh, vật liệu... vì chúng đều có liên quan đến chất lỏng: nước và khí (tham khảo thêm sách [3]).

§1.2. SƠ LƯỢC LỊCH SỬ PHÁT TRIỂN MÔN HỌC

Thuỷ khí động lực biểu thị sự liên hệ rất chặt chẽ giữa khoa học và yêu cầu thực tế. Nông nghiệp đã đòi hỏi thuỷ lợi phát triển rất sớm như kênh đào, đập nước, đóng thuyền, bè... Ở đây chỉ xin nêu ra một số nhà bác học quen thuộc mà qua đó thấy sự phát triển của môn học. Tên tuổi Acsimet (287-212, trước công nguyên) gắn liền với thuỷ tĩnh - lực đẩy Acsimet.

Nhà danh hoạ Ý Lêôna Đơvanhxi (1452-1519) đưa ra khái niệm về lực cản của chất lỏng lên các vật chuyển động trong nó. Ông rất muốn biết tại sao chim lại bay được. Nhưng phải hơn 400 năm sau, Jucopxki và Kutta mới giải thích được: đó là lực nâng.

Hai ông L. Ơle (1707-1783) và D.Becnuli (1700-1782) là những người đã đặt cơ sở lí thuyết cho thuỷ khí động lực, tách nó khỏi cơ học lí thuyết để thành một ngành riêng. Hai ông đều là người Thuy Sỹ, sau được nữ hoàng Nga mời sang làm việc ở Viện hàn lâm khoa học Pêtecbua cho đến khi mất. Chúng ta sẽ còn gặp lại hai ông nhiều lần trong giáo trình sau này. Tên tuổi của Navie và Stôc gắn liền với nghiên cứu chất lỏng thực. Hai ông đã tìm ra phương trình vi phân chuyển động từ năm 1821 đến năm 1845. Nhà bác học người Đức L. Prandtl đã sáng lập ra lí thuyết lớp biên (1904), góp phần giải nhiều bài toán động lực học.

Từ nửa cuối thế kỉ 20, thuỷ khí động lực phát triển như vũ bão với nhiều gương mặt sáng chói, kể cả trong nước ta.

§1.3. MỘT SỐ ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT CƠ LÍ CỦA CHẤT LỎNG

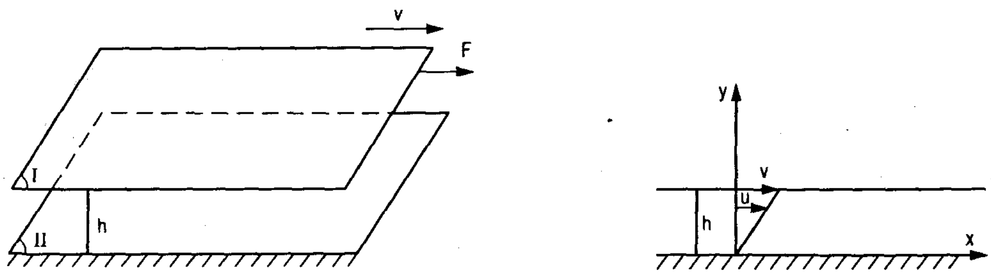
1. Chất lỏng có một số tính chất dễ nhận biết sau đây

Tính liên tục: vật chất được phân bố liên tục trong không gian. Tính dễ di động biểu thị ở chỗ: ứng suất tiếp (nội ma sát) trong chất lỏng chỉ khác 0 khi có chuyển động tương đối giữa các lớp chất lỏng). Tính nén được: thể tích W của chất lỏng thay đổi khi áp suất tác dụng p thay đổi. Ta có hệ số nén được:

$$\beta = -\frac{1}{W}\frac{dW}{dp} \quad (m^2/N)$$

2. Tính nhớt

Là tính cản trở chuyển động của chất lỏng. Nguyên nhân nào? Ta nghiên cứu tính nhớt dựa trên thí nghiệm của Newton. Có hai tấm phẳng (hình 1.1): tấm dưới II cố định; tấm trên I có diện tích S chuyển động dưới tác dụng của ngoại lực F. Giữa 2 tấm có 1 lớp mỏng chất lỏng h. Sau một thời gian nào đó, tấm I sẽ chuyển động đều với vận tốc tương đối v song song với tấm II. Thí nghiệm cho ta thấy rằng các phần tử chất lỏng dính chặt vào tấm I sẽ di chuyển cùng với vận tốc v, còn những phần tử dính chặt vào tấm II thì không chuyển động. Vận tốc các phân tử lỏng giữa 2 tấm phẳng tăng theo quy luật tuyến tính và tỉ lệ với khoảng cách tấm II (hình 1.1).



Hình 1.1

Newton giả thiết là khi chất lỏng chuyển động, nó chảy thành lớp vô cùng mỏng với vận tốc khác nhau, do đó trượt lên nhau. Giữa các lớp chất lỏng chuyển động tương đối với nhau ấy xuất hiện lực ma sát. Đó là lực ma sát trong, còn gọi là lực nhớt:

$$f_T = \mu S\frac{v}{h}$$

μ là hệ số chỉ phụ thuộc vào chất lỏng giữa hai tấm phẳng. Nó đặc trưng cho tính nhớt gọi là hệ số nhớt động lực hoặc độ nhớt động lực. Tổng quát hơn, ta có thể biểu diễn công thức trên dưới dạng định luật của Newton về lực nhớt:

$$T = \mu S\frac{du}{dy}$$

Hay biểu diễn dưới dạng ứng suất tiếp:

$$\tau = \frac{T}{S} = \mu \frac{du}{dy} \qquad (1.1)$$

Trong đó du/dy là gradient vận tốc theo phương y vuông góc với dòng chảy. Những chất lỏng tuân theo (1.1) gọi là chất lỏng Newton như đã nói ở trên.

Từ (1.1) rút ra: $$\mu = \frac{T}{S\frac{du}{dy}}$$

Nếu lấy S = 1 đơn vị; $\frac{du}{dy} = 1$ đơn vị thì μ tương đương với một lực. Đơn vị đo μ trong hệ SI là $N.s/m^2$; trong hệ CGS là poa-zơ: P; $1P = 10^{-1}N.s/m^2$.

Ngoài μ, còn dùng hệ số nhớt động học $\nu = \mu/\rho$ trong các biểu thức có liên quan đến chuyển động. Đơn vị đo ν trong hệ SI là m^2/s, trong hệ CGS là:

$$\text{Stốc: St;} \qquad 1St = 10^{-4}\ m^2/s$$

Các hệ số μ và ν thay đổi theo nhiệt độ và áp suất. Nhìn chung μ và ν của chất lỏng giảm khi nhiệt độ tăng và tăng khi áp suất tăng; của chất khí tăng khi nhiệt độ tăng và giảm khi áp suất tăng.

3. Khối lượng riêng và trọng lượng riêng

Khối lượng M của chất lỏng được đặc trưng bởi khối lượng của 1 đơn vị thể tích W gọi là khối lượng riêng hoặc khối lượng đơn vị:

$$\rho = \frac{M}{W} \quad (kg/m^3)$$

Tương tự, có trọng lượng riêng $\gamma = \frac{G}{W}$ (N/m^3 hay kG/m^3)

Trọng lượng 1 vật có khối lượng 1kg có thể coi bằng $9{,}8N \approx 10N$;

$$1kG \approx 10N = 1daN$$

Ta có mối liên hệ: $\gamma = \rho g$; $\qquad g = 9{,}8m/s^2$

4. Ngoại lực tác dụng lên chất lỏng

Được chia thành 2 loại:

- Lực mặt là lực tác dụng lên chất lỏng tỉ lệ với diện tích mặt tiếp xúc (như áp lực...).

- Lực khối là lực tác dụng lên chất lỏng tỉ lệ với khối lượng (như trọng lực, lực quán tính...).

Chương 2
TĨNH HỌC CHẤT LỎNG

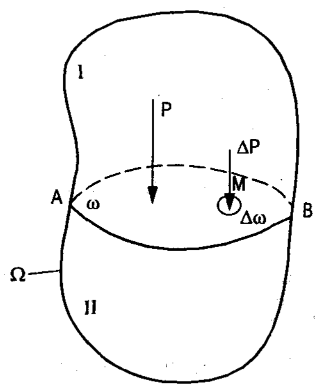
Tĩnh học chất lỏng hay thuỷ tĩnh học nghiên cứu các quy luật về cân bằng của chất lỏng ở trạng thái tĩnh. Người ta phân ra 2 trạng thái tĩnh: Tĩnh tuyệt đối: Chất lỏng không chuyển động so với hệ toạ độ cố định (gắn liền với trái đất). Tĩnh tương đối: Chất lỏng chuyển động so với hệ toạ độ cố định, nhưng giữa chúng không có chuyển động tương đối. Như vậy, ở đây chất lỏng thực và lí tưởng là một. Trong chương này chủ yếu nghiên cứu áp suất và áp lực do chất lỏng tạo nên.

§2.1. ÁP SUẤT THUỶ TĨNH

1. Định nghĩa

Áp suất thuỷ tĩnh là những ứng suất gây ra bởi các lực khối và lực mặt tác dụng lên chất lỏng ở trạng thái tĩnh.

Để thể hiện rõ hơn khái niệm áp suất thủy tĩnh trong chất lỏng, ta xét thể tích chất lỏng giới hạn bởi diện tích Ω (hình 2.1). Tưởng tượng cắt khối chất lỏng bằng mặt phẳng AB, chất lỏng trong phần I tác dụng lên phần II qua mặt cắt ω. Bỏ I mà vẫn giữ II ở trạng thái cân bằng thì phải thay tác dụng I lên II bằng lực P gọi là áp lực thủy tĩnh tác dụng lên mặt ω.



Hình 2.1

Áp suất trung bình: $p_{tb} = \dfrac{P}{\omega}$

Còn áp suất tại điểm M: $p_M = \lim\limits_{\Delta\omega \to 0} \dfrac{\Delta P}{\Delta\omega}$

Đơn vị của áp suất: N/m^2 = Pa(Pascal);

$$1at = 9{,}8.10^4\ N/m^2 = 10^4\ kG/m^2 = 10mH_2O = 10T/m^2 = 1kG/cm^2$$

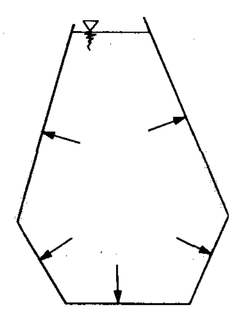
2. Hai tính chất của áp suất thủy tĩnh

a) Áp suất thuỷ tĩnh luôn luôn tác dụng thẳng góc và hướng vào mặt tiếp xúc (hình 2.2).

Có thể tự chứng minh bằng phản chứng.

b) Áp suất thủy tĩnh tại mỗi điểm theo mọi phương bằng nhau. Chẳng hạn, tại điểm gốc tọa độ Đề các O:

$$p_x = p_y = p_z = p_n \qquad (2.1)$$



Hình 2.2

Có thể chứng minh bằng cách xét khối chất lỏng trong một hình 4 mặt có các cạnh dx, dy, dz vô cùng nhỏ bé. Chứng minh biểu thức (2.1) khi dx, dy, dz $\rightarrow$ 0 (Tham khảo giáo trình [1]).

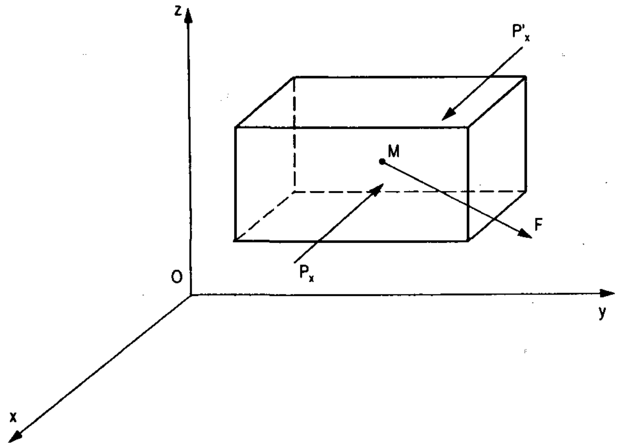
§2.2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CÂN BẰNG CỦA CHẤT LỎNG - PHƯƠNG TRÌNH Ơ-LE TĨNH (1755)

Phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa ngoại lực tác dụng vào một phần tử chất lỏng với nội lực sinh ra trong đó (tức là áp suất thuỷ tĩnh p).

Xét một phần tử chất lỏng hình hộp cân bằng có các cạnh dx, dy, dz // x, y, z (hình 2.3). Trọng tâm M(x, y, z) chịu áp suất thủy tĩnh p(x, y, z).

Lực khối:

F ~ m = ρdxdydz; X, Y, Z là hình chiếu của gia tốc lực khối lên các trục x, y, z.



Hình 2.3

Lực mặt tác dụng lên hình hộp gồm các lực do áp suất thuỷ tĩnh tạo nên trên 6 mặt (áp lực).

Lập điều kiện cân bằng của phần tử chất lỏng hình hộp dưới tác dụng của lực khối và áp lực.

Hình chiếu của các lực lên trục x:

$$\sum{}_x = P'_x - P_x + F_x = 0 \qquad (2.2)$$

Trong đó:

$$F_x = X\rho dxdydz$$

$$P_x = (p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx)dydz$$

$$P'_x = (p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx)dydz$$

Thay vào (2.2) ta được:

$$\sum{}_x = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz + X\rho dxdydz = 0$$

hay là:

$$X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

tương tự cho trục y và z:

$$Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \qquad (2.3)$$

$$Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Đó là phương trình Ơle tĩnh viết dưới dạng hình chiếu.

Viết dưới dạng véc tơ: $$\vec{F} - \frac{1}{\rho}\text{gradp} = 0 \qquad (2.4)$$

Trong đó: $\vec{F}$ là lực khối của 1 đơn vị khối lượng:

$$\vec{F} = \vec{i}X + \vec{j}Y + \vec{k}Z$$

§2.3. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN THUỶ TĨNH

Nhân các phương trình (2.3) lần lượt với dx, dy, dz, rồi cộng lại theo cột, ta được:

$$Xdx + Ydy + Zdz = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)$$

hay là: $$Xdx + Ydy + Zdz = \frac{1}{\rho}dp \qquad (2.5)$$

Đây là một dạng khác của phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng.

1. Mặt đẳng áp

Mặt đẳng áp là mặt trên đó tại mọi điểm áp suất p = const. Từ (2.5) suy ra phương trình của mặt đẳng áp:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

2. Xét trường hợp lực khối chỉ có trọng lực và trục oz hướng lên trên

$$X = 0;\ Y = 0;\ Z = -g$$

Từ (2.5) ta có:

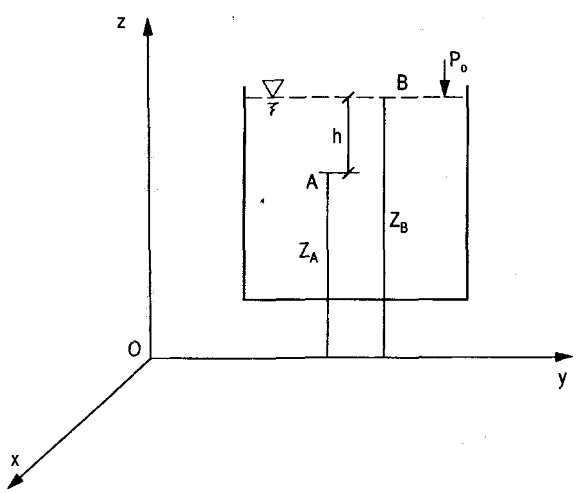
$$-gdz = \frac{1}{\rho}dp$$

Sau khi tích phân, ta được phương trình cơ bản thủy tĩnh:

$$\frac{p}{\gamma} + z = \text{const} = C \qquad (2.6)$$

hay là:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A = \frac{p_B}{\gamma} + z_B = \ldots = \text{const}$$



Hình 2.4

3. Công thức tính áp suất điểm

Cần tính áp suất tại điểm A: $p_A = ?$

$$\frac{p_A}{\gamma} = \frac{p_B}{\gamma} + (z_B - z_A) \rightarrow p_A = p_B + \gamma(z_B - z_A)$$

Khi biết áp suất tại B, như B trùng với mặt thoáng có áp suất p_o và $z_B - z_A = h$ là độ sâu từ mặt thoáng đến điểm A, ta được:

$$p_A = p_o + \gamma h \rightarrow p = p_o + \gamma h \qquad (2.7)$$

Nếu $p_o = p_A$ - áp suất không khí: $p = p_A + \gamma h$

γh là trọng lượng cột chất lỏng cao bằng h và có diện tích đáy bằng 1 đơn vị; $h = \frac{p - p_o}{\gamma}$ biểu thị áp suất, nên có đơn vị là m cột nước. 1at = 10mH_2O.

4. Phân biệt ba loại áp suất

Muốn đo áp suất ta phải lấy một giá trị nào đó làm gốc, thí dụ như số 0 hay áp suất không khí p_a. Nếu lấy 0 làm gốc thì p_a = 1at. Áp suất tính theo (2.7) là áp suất tuyệt đối kí hiệu p_t, nghĩa là các giá trị được đo trong chân không tuyệt đối. Nhưng trong thực tế chỉ đo được hiệu số áp suất tuyệt đối và áp suất không khí gọi là áp suất dư, kí hiệu p_d:

$p_t - p_a = p_d = \gamma h$, với $p > p_a$; khi $p < p_a \rightarrow p_a - p = p_{ck}$ gọi là áp suất chân không.

5. Ý nghĩa của phương trình cơ bản thuỷ tĩnh (2.6)

a) Ý nghĩa hình học hay thuỷ lực

z - độ cao hình học.

$\frac{p}{\gamma}$ - độ cao của một cột chất lỏng biểu thị áp suất, gọi là độ cao đo áp.

$z + \frac{p_t}{\gamma} = H_t = \text{const}$ - cột áp thuỷ tĩnh tuyệt đối;

$z + \frac{p_d}{\gamma} = H_d = \text{const}$ - cột áp thuỷ tĩnh dư.

Vậy, trong một môi trường chất lỏng cân bằng, cột áp thuỷ tĩnh của mọi điểm là một hằng số.

b) Ý nghĩa năng lượng

Xét phần tử chất lỏng quanh điểm A có khối lượng dm, dG = gdm ở độ cao hình học z và chịu áp suất p. So với mặt chuẩn, phần tử có thế năng z.gdm = zdG đặc trưng cho vị trí của phần tử, gọi là vị năng. Do chịu áp suất p nên có năng lượng $\frac{p}{\gamma}dG$ - cũng là thế năng, nhưng đặc trưng cho áp suất thuỷ tĩnh tác dụng lên phần tử chất lỏng, gọi là áp năng.

Tổng thế năng $\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)dG$.

Tính cho một đơn vị trọng lượng chất lỏng:

$$\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)dG/dG = z+\frac{p}{\gamma}$$

Trong môi trường chất lỏng cân bằng, theo phương trình cơ bản thủy tĩnh:

$$z+\frac{p}{\gamma} = H = \text{const}$$

Vậy thế năng đơn vị của mọi điểm trong một môi trường chất lỏng cân bằng đều bằng nhau và bằng cột áp thuỷ tĩnh H.

6. Một số ứng dụng

Trên cơ sở công thức tính áp suất điểm (2.7) người ta chế tạo ra các dụng cụ đo áp suất điểm bằng chất lỏng *như ống đo áp (bằng thuỷ tinh, có đường kính d = 0,015m*, nối trực tiếp qua ống cao su vào điểm cần đo áp suất), áp kế thủy ngân (khi áp suất tại điểm đo lớn, h cao), áp kế đo chênh (giữa 2 điểm trên đường ống v.v...).

§2.4. TĨNH TƯƠNG ĐỐI

Chất lỏng chuyển động liền một khối. Hệ toạ độ gắn liền với vật chuyển động (hệ toạ độ theo). Lực khối gồm trọng lực và lực quán tính của chuyển động theo. Ta xét hai dạng tĩnh tương đối đặc trưng sau đây.

1. Bình chứa chất lỏng chuyển động thẳng thay đổi đều (gia tốc $\vec{a}$ = const ; có trong các xe chở dầu, nước sau khi khởi động, bộ chế hoà khí của ô tô, máy bay v. v...).

Ở đây cần xác định phân bố áp suất trong chất lỏng và mặt đẳng áp.

Chọn hệ toạ độ như hình vẽ (hình 2.5).

Xuất phát từ phương trình (2.5):

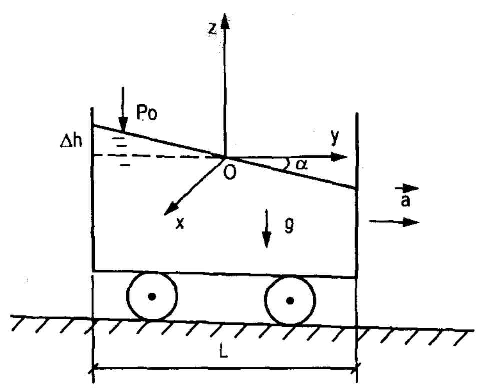
$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

Lực khối tác dụng: trọng lực $\vec{G} = m\vec{g}$, lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$, hình chiếu của gia tốc lực khối:

$$X = 0;\ Y = -a;\ Z = -g$$

Do đó $dp = \rho(-ady - gdz)$

$$\rightarrow p = -\rho ay - \rho gz + C$$



Hình 2.5

Khi y = 0, z = 0: $p = C = p_o$ – áp suất tại mặt thoáng:

Vậy, phân bố áp suất tại mọi điểm trong chất lỏng:

$$p = p_o - \rho ay - \gamma z$$

Phương trình đẳng áp: $p = \text{const}, dp = 0$

$$ady + gdz = 0 \rightarrow ay + gz = C$$

Vậy mặt đẳng áp là mặt phẳng nghiêng một góc α:

$$|tg\alpha| = \frac{a}{g}$$

$-\frac{a}{g} < 0 \rightarrow a > 0$: vận tốc tăng, chuyển động nhanh dần đều (xuống dốc), đường dốc xuống như hình vẽ.

$-\frac{a}{g} > 0 \rightarrow a < 0$: vận tốc giảm (khi hãm), chuyển động chậm dần đều, đường dốc lên.

Do đó phải có những biện pháp đặc biệt để đảm bảo việc cung cấp nhiên liệu được điều hoà trong máy bay, ô tô.

Có thể tính được mực nước ở phía sau toa dâng cao bao nhiêu:

$$\Delta h = \frac{L}{2} tg\alpha$$

2. Bình chứa chất lỏng quay đều với vận tốc góc ω = const.

Tìm phân bố áp suất và mặt đẳng áp ? (hình 2.6)

Lực khối: $G = mg$; lực quán tính li tâm: $F_{qt} = m\omega^2 r$

Hình chiếu: $X = \omega^2 x, Y = \omega^2 y, Z = -g$.

Do đó: $dp = \rho(\omega^2 xdx + \omega^2 ydy - gdz)$

$$p = \rho\frac{\omega^2}{2}(x^2 + y^2) - \rho gz + C$$

$$x = y = z = 0: p = C = p_o \rightarrow p = \rho\frac{\omega^2}{2}r^2 - \gamma z + p_o$$

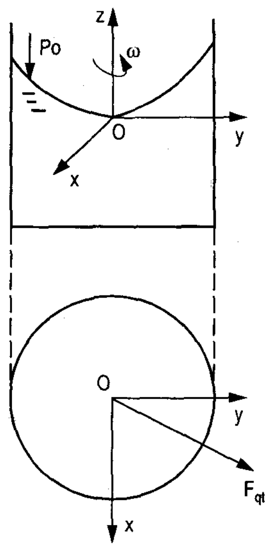
Phương trình mặt đẳng áp:

$$\rho\omega^2\frac{r^2}{2} - \gamma z = C$$

Đó là phương trình một mặt parabôlôit quay quanh trục oz.

Phương trình mặt thoáng: $p = p_o$:

$$\rho\frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma z = 0$$



Hình 2.6

Do đó:

$$\Delta h = z = \rho\frac{\omega^2 r^2}{2\gamma} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (2.8)$$

Dựa trên hiện tượng này người ta chế tạo các máy đo vòng quay, các hệ thống bôi trơn ổ trục, các hệ thống lắng li tâm, đúc các bánh xe, các ống gang thép v.v...

§2.5. TÍNH ÁP LỰC THUỶ TĨNH

Áp lực của chất lỏng lên các công trình, thiết bị.

1. Áp lực lên thành phẳng

Tính áp lực P lên diện tích S (hình 2.7). Phải xác định 3 yếu tố: phương chiều, trị số, điểm đặt của P.

Cách tính: tính dP tác dụng lên dS, sau tích phân trên toàn S sẽ được P.

- Phương chiều: $P \perp S$, hướng vào

- Trị số

$$P = \int_S dP = \int_S p dS = \int_S (p_o + \gamma h) dS = \int_S p_o dS + \int_S \gamma h dS = p_o S + \gamma \sin\alpha \int_S y dS = p_o S + \gamma \sin\alpha . y_c . S$$

$$= S(p_o + \gamma h_c) = S p_c$$

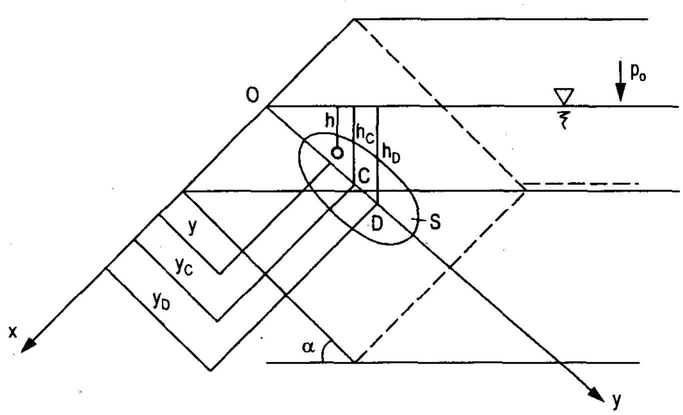
Kí hiệu: $p_c = p_o + \gamma h_c$ – áp suất tại trọng tâm.

Từ hình 2.7: $h = y\sin\alpha$; $h_c = y_c \sin\alpha$; $\int_S y dS = y_c S$ – mômen tĩnh.

Nếu $p_o = p_a$; $P_d = \gamma h_c S$ (2.9) trong thực tế hay dùng công thức này.

- Điểm đặt: xét trường hợp hình phẳng có trục đối xứng.

Gọi D là điểm đặt của P.



Hình 2.7

Áp dụng định lí Varinhông: Mômen của hợp lực P đối với một trục bằng tổng các mômen của các lực thành phần dP đối với trục đó.

Lấy mômen đối với trục x:

$$P_d.y_D = \int_S y dP_d$$

$$P_d y_D = \gamma h_c S y_D = \gamma y_c \sin\alpha S y_D$$

$$P_d y_D = \gamma h_c S y_D = \gamma y_c \sin\alpha S y_D$$

$$\int_S y dP_d = \int y\gamma h dS = \int y\gamma y \sin\alpha dS = \gamma \sin\alpha \int y^2 dS = \gamma \sin\alpha J_x;$$

vì $J_x = \int y^2 dS = J_c + y_c^2 S$ - là mô men quán tính của S đối với trục x.

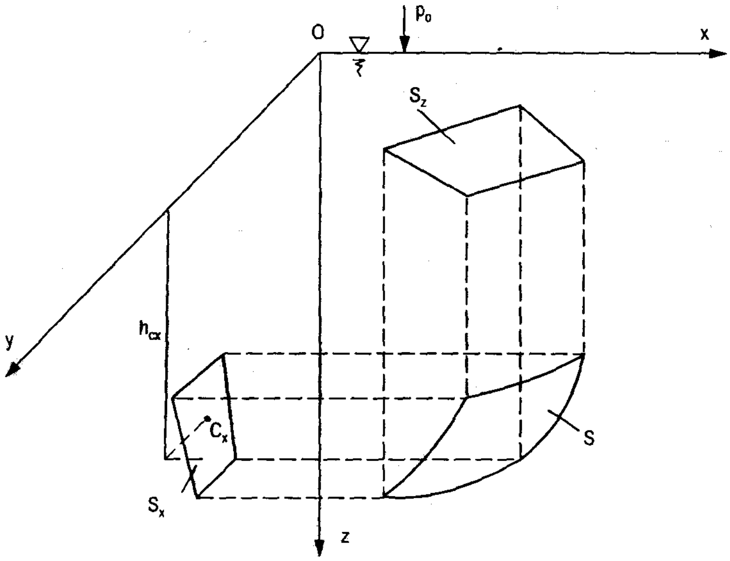
Thay các giá trị vào biểu thức trên, ta rút ra: $y_D = y_c + \dfrac{J_c}{y_c S}$

Trường hợp hình phẳng không có trục đối xứng phải tính thêm x_D (tham khảo [1]).

2. Áp lực lên thành cong (ống dẫn nước, bể chứa dầu...)

Ta xét một số trường hợp thành cong là hình cầu, hình trụ. Các lực phân tố không song song nhau.

$$P(P_x, P_y, P_z); \qquad P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$$



Hình 2.8

Xét trường hợp thành cong S của bình chứa có một mặt tiếp xúc với chất lỏng, còn mặt kia tiếp xúc với không khí (hình 2.8), xoy trùng với mặt thoáng. Tính dP tác dụng lên dS có độ sâu h. Vì dS nhỏ nên coi như mặt phẳng:

$$dP = \gamma h dS \quad ; \quad dP \perp dS.$$

$$P_x = \int_{Sx} dP_x = \int_{Sx} \gamma h dS_x = \gamma h_{cx} S_x$$

$$P_y = \int_{Sy} dP_y = \int_{Sy} \gamma h dS_y = \gamma h_{cy} S_y \qquad (2.10a)$$

$$P_z = \int_{Sz} dP_z = \int_{Sz} \gamma h dS_z = \gamma V$$

Trong đó: S_x, S_y – hình chiếu của S lên mặt phẳng $\perp$ Ox, Oy;

h_{cx}, h_{cy} - độ sâu của trọng tâm S_x, S_y.

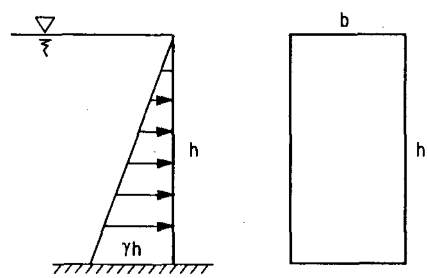
V - thể tích hình trụ có đáy dưới là thành cong S, đáy trên là hình chiếu S_z của thành cong lên mặt thoáng, mặt cong là mặt chiếu. V gọi là vật thể áp lực.

Điểm đặt là giao điểm của Px, Py, Pz.

3. Phương pháp đồ giải

Tính lực tác dụng lên cánh cửa hình chữ nhật h.b (hình 2.9).

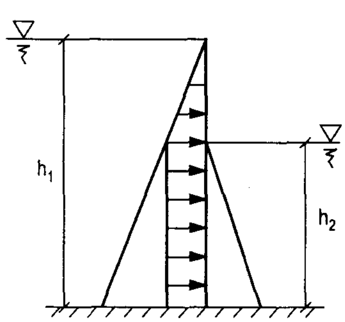
Vẽ biểu đồ áp suất thuỷ tĩnh tác dụng lên cánh cửa theo áp suất dư ($p_a = 0$) ta được tam giác vuông có đáy là γh (theo tính chất 1 của áp suất thủy tĩnh và công thức tính áp suất điểm).



Hình 2.9

Theo công thức tính áp lực lên thành phẳng (2.9):

$$P = \gamma h_c S = \gamma \frac{h}{2} h.b = \gamma h \cdot \frac{h}{2} \cdot b$$



Hình 2.10

$\gamma h \cdot \frac{h}{2}$ chính là diện tích của tam giác biểu đồ áp suất. Vậy P có trị số bằng trọng lượng khối chất lỏng hình trụ có đáy là biểu đồ áp suất $\gamma h \cdot \frac{h}{2}$, và chiều cao là bề rộng của cánh cửa b. Điểm đặt là trọng tâm của tam giác biểu đồ áp suất.

Tính áp lực bằng biểu đồ rất thuận tiện trong trường hợp có nước ở hai bên (hình 2.10). Biểu đồ áp suất là hình thang vuông, nên áp lực lên cánh cửa sẽ là:

$$P = \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \gamma(h_1 - h_2).b$$

b) Tính áp lực lên trụ tròn có bán kính R, dài b (hình 2.11).

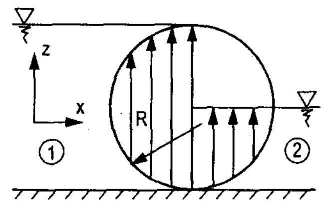
Ở đây chỉ có P_x và P_z.

$P_x = P_{1x} - P_{2x}$ tính theo công thức (2.10a) hay theo biểu đồ:

$$P_x = \gamma 2R.R.b - \gamma R \cdot \frac{R}{2} \cdot b = \frac{3}{2}\gamma R^2 b$$

$$P_z = P_{1z} + P_{2z} = \gamma V_1 + \gamma V_2 = \gamma \frac{\pi R^2}{2} + \frac{1}{4}\gamma\pi R^2 b$$

$$P_z = \frac{3}{4}\gamma\pi R^2 b$$



Hình 2.11

§2.6. MỘT SỐ NGUYÊN LÍ THUỶ TĨNH

1. Nguyên lí hoá rắn

Một khối chất lỏng cân bằng nếu trở nên rắn lại thì tính chất cân bằng không bị mất đi.

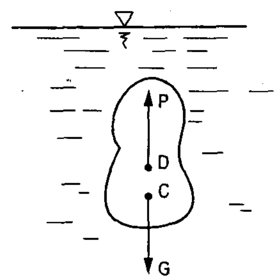
Như đã biết trước đây nhiều nguyên lí như tác dụng và phản tác dụng, độc lập tác dụng... là những nguyên lí của cơ học vật rắn có thể áp dụng cho chất lỏng thì nguyên lí hoá rắn là nguyên lí áp dụng từ chất lỏng cho vật rắn, cho phép ta từ việc xác định áp suất, áp lực trong lòng chất lỏng trở thành việc tính áp suất, áp lực lên các bề mặt vật rắn.

2. Nguyên lí Ácsimét - khái niệm về vật nổi

Một vật không thấm ngập từng phần hay toàn phần trong chất lỏng sẽ chịu một lực đẩy theo phương thẳng đứng, chiều từ dưới lên và có trị số bằng trọng lượng khối chất lỏng bị chiếm chỗ.

$$P = \gamma V \qquad (2.10)$$

gọi là lực đẩy Ácsimét. Điểm đặt C của trọng lượng G của vật gọi là trọng tâm, còn điểm đặt D của lực đẩy Ácsimét P gọi là tâm đẩy.



Hình 2.12

Điều kiện để một vật ngập toàn phần hoặc từng phần trong chất lỏng có được trạng thái cân bằng là G = P và C và D phải ở trên cùng phương thẳng đứng. Nếu muốn được trạng thái cân bằng ổn định thì C phải ở độ sâu hơn điểm D.

3. Nguyên lí Pascan - Khái niệm về máy ép thuỷ lực

Gọi p_o là áp suất trên mặt thoáng đã cho. Theo công thức tính áp suất thủy tĩnh ta có thể viết (hình 2.13):

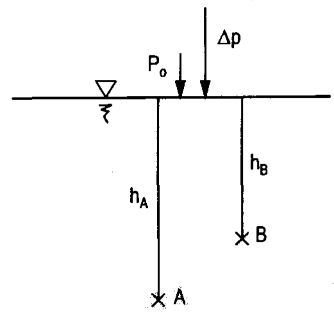
$$p_A = p_o + \gamma h_A$$
$$p_B = p_o + \gamma h_B \qquad (2.11)$$

Nếu tăng áp suất trên mặt thoáng một đại lượng Δp ta cũng có thể viết:

$$p_A = p_o + \Delta p + \gamma h_A$$
$$p_B = p_o + \Delta p + \gamma h_B \qquad (2.12)$$

Qua các biểu thức (2.11) và (2.12) ta có thể phát biểu nội dung sau:

Áp suất tác dụng lên mặt thoáng truyền đến mọi điểm trong chất lỏng những đại lượng như nhau.



Hình 2.13

Từ biểu thức (2.12) ta suy ra rằng nếu Δp lớn (có khi hàng chục at) thì có thể bỏ qua đại lượng γh_A, γh_B. Khi đó có thể xem $p_A \approx p_B$.

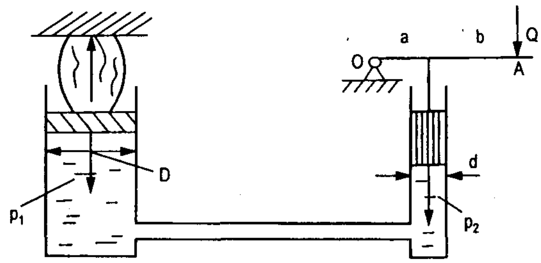
Đó là cơ sở để tính toán cho bài toán máy ép thủy lực (hình 2.14).

Khi tác động lực Q đủ lớn ta có:

$$p_1 = p_2$$

Trong đó: $p_1 = \dfrac{P_1}{\omega_1}$, $p_2 = \dfrac{P_2}{\omega_2}$

Xét bài toán đòn OA ta có: $P_2 = \dfrac{a+b}{a}Q$



Hình 2.14

Cuối cùng ta có biểu thức liên hệ giữa P_1 (lực ép vật) và tải trọng Q là:

$$P_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2}\cdot\frac{a+b}{a}Q = \frac{a+b}{a}\left(\frac{D}{d}\right)^2 Q$$

§2.7. TĨNH HỌC CHẤT KHÍ

Ở trên ta khảo sát chất lỏng không nén được. Đối với chất lỏng nén được ta khảo sát một số trường hợp sau đây:

1. Chất lỏng ít nén được

Khảo sát quá trình đẳng nhiệt ta có phương trình xác định thể tích khối khí là:

$$V = V_o[1 - \chi_\theta(p - p_o)]$$

Hay là:
$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0}[1 - \chi_\theta(p - p_0)] \qquad (2.13)$$

Trong đó chỉ số: 0 - chỉ trạng thái đã xác định; χ_θ - hệ số giãn nở đẳng nhiệt.

Chọn trục z' theo phương thẳng đứng hướng xuống ta có phương trình vi phân:

$$\frac{dp}{\rho} = gdz$$

Thay (2.13) vào phương trình trên, sau khi tích phân ta có:

$$p - p_o - \frac{1}{2}\chi_\theta(p - p_o)^2 = \rho_o gz$$

hay là:

$$(p - p_o)\left[1 - \frac{\chi_\theta}{2}(p - p_o)\right] = \rho_o gz$$

Vì $\frac{\chi_\theta}{2}(p - p_o)$ quá nhỏ so với 1 cho nên ta có thể viết:

$$p = p_o + \rho_o gz'\left(1 + \frac{\chi_\theta}{2}\rho_o gz'\right) \tag{2.14}$$

2. Khí quyển

Khảo sát phương trình trạng thái của không khí:

$$\frac{p}{\gamma} = h_T = 29{,}3T = RT \tag{2.15}$$

Ở nhiệt độ 0^oC ta có chiều cao tương ứng: $h_o = 7989m \approx 8000m$

Ở nhiệt độ T^oK: $$h_T = h_o\frac{T}{273} \tag{2.16}$$

Chọn trục z hướng lên từ mặt đất ta có phương trình vi phân:

$$dp = -\rho gdz$$

Kết hợp với các biểu thức (2.15) – (2.16) ta suy ra:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{273}{T}\cdot\frac{dz}{h_o} = -\frac{dz}{h_T} = -\frac{dz}{8.000}\text{, (dz – tính bằng m)} \tag{2.17}$$

Dưới đây khảo sát các biểu thức xác định áp suất và khối lượng riêng theo chiều cao trong một số trường hợp.

- *Trường hợp đẳng nhiệt:*

Tích phân phương trình (2.17) với chú ý:

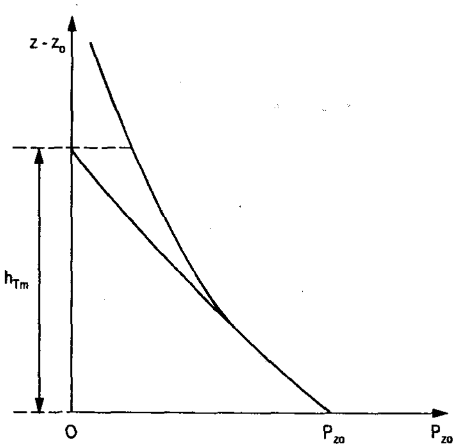
$T = T_m = const$ ta được:

$$\ln\frac{p}{p_{zo}} = -\frac{273}{T_m}\cdot\frac{z - z_o}{h_o} = -\frac{z - z_o}{h_{Tm}}$$

Hay là:

$$p_z = p_{zo}\exp\left(-\frac{273}{T_m}\cdot\frac{z - z_o}{h_o}\right)$$

$$= p_{zo}\exp\left(-\frac{z - z_o}{h_{Tm}}\right) \tag{2.18}$$



Hình 2.15

Tương tự (2.18) ta có biểu thức xác định khối lượng riêng:

$$\rho_z = \rho_{zo} \exp\left(-\frac{273}{T_m} \cdot \frac{z - z_o}{h_o} \right)$$

$$= \rho_{zo} \exp\left(-\frac{z - z_o}{h_{Tm}} \right) \qquad (2.19)$$

- *Trường hợp nhiệt độ thay đổi tuyến tính*

$$T_z = T_{zo} \left[1 - B(z - z_o)\right] \qquad (2.20)$$

B - hằng số:

Thay (2.20) vào (2.17) với chú ý:

$$h_{Tzo} = h_o \frac{T_{zo}}{273} = 29{,}3T_{zo},$$

$$K = \frac{273}{h_o B T_{zo}} = \frac{1}{B h_{Tzo}}$$

Ta có: $$\ln \frac{p_z}{p_{zo}} = K \ln\left[1 - B(z - z_o)\right]$$

Hay là: $$p_z = p_{zo}\left[1 - B(z - z_o)\right]^K = p_{zo}\left(\frac{T_z}{T_{zo}}\right)^K \qquad (2.21)$$

Từ phương trình trạng thái ta suy ra công thức tương tự:

$$\rho_z = \rho_{zo}\left[1 - B(z - z_o)\right]^{K-1} = \rho_{zo}\left(\frac{T_2}{T_{zo}}\right)^{K-1} \qquad (2.22)$$

Thông thường đối với các bài toán trong khí quyển ta chọn gia tốc trọng trường g không đổi, trọng lượng riêng không khí trong điều kiện chuẩn là 1,293kg/m^3, còn trọng lượng riêng của không khí ở áp suất 760 mmHg ở nhiệt độ 15°C (Hay 288°K) ở độ cao bằng không là 1,225 kg/m^3.

Khi $0 < z < 11.000$m, nhiệt độ thay đổi tuyến tính theo công thức:

$$t_z = 15 - 0{,}0065z; \; (z - m, \; t_z - {}^0C)$$

Hay là: $$T_z = 288\,(1 - 22{,}6.10^{-6}z)\,; \; (z - m, \; T - {}^oK)$$

Khi $z > 11000$m ta có: $t = -56{,}5^oC$; ($T = 216{,}5^oK$)

Từ độ cao 300km nhiệt độ $T \rightarrow 1500^oK$.

3. Khí cầu

Gọi: G - trọng lượng khí cầu (kể cả trọng lượng khí trong khí cầu);

V - thể tích khí cầu;

γ - trọng lượng riêng của không khí;

γ' - trọng lượng riêng của khí trong khí cầu. Ta sẽ có biểu thức xác định lực đẩy:

$$F_z = V\gamma_z - G_z = V\gamma_z - (V\gamma' + G_o) = V\gamma_z (1 - \delta) - G_o$$

Trong đó: $\delta = \dfrac{\gamma'}{\gamma}$ - tỉ trọng chất khí;

G_o - trọng lượng của khí cầu (không kể khí bên trong).

Tại vị trí khí cầu đạt độ cao cực đại z_M ta có $F_z = 0$; nghĩa là:

$$G_o = V\gamma_{zM} (1 - \delta)$$

Khảo sát môi trường khí quyển đẳng nhiệt, kết hợp với biểu thức (2.19) ta có:

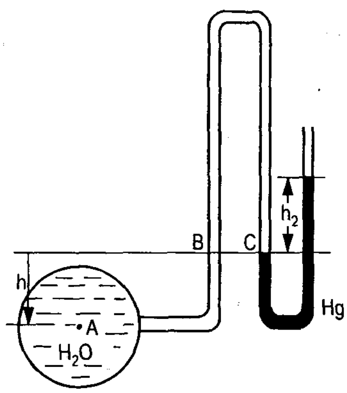
$$G_o = V\gamma_{zo}(z - \delta)\exp\left(-\frac{273}{T}\cdot\frac{z_M - z_o}{8000}\right)$$

$z_M - z_o$ - tính bằng m.

hay là: $$z_M - z_o = 8000\frac{T}{273}\cdot 2,31g\left[\frac{V\gamma_{zo}(1-\delta)}{G_o}\right]$$

§2.8. THÍ DỤ

Bài 2.1. Xác định áp suất dư tại điểm A của ống dẫn, nếu chiều cao cột thuỷ ngân h_2 = 25cm. Tâm ống dẫn đặt dưới đường phân giới giữa nước và thuỷ ngân $h_1 = h$ = 40cm (hình bài 2.1).



Hình bài 2.1

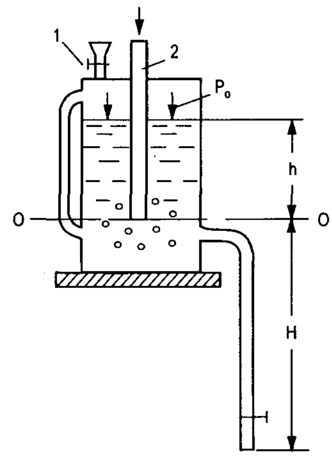
Bài giải: Áp suất dư tại điểm A tính bằng công thức: $p_A = p_B + \gamma_{H_2O} h_1$ mà $p_B = \gamma_{Hg} h_2$ nên:

$p_A = \gamma_{Hg}.h_2 + \gamma_{H_2O} h_1 = 133 \times 416 \times 0,25 + 9810 \times 0,4$

$= 37278$ N/m^2 = 3800kG/m^2.

Bài 2.2. Để giữ lưu lượng chất lỏng cố định, trong nghiên cứu, bình Mariốt được sử dụng rộng rãi. Sau khi đổ đầy chất lỏng vào bình, khoá 1 được đóng lại. Trong thời gian tháo cạn bình chỉ có ống 2 được thông với không khí. Khi chất lỏng bắt đầu chảy thì trong bình mực nước hạ thấp và chân không hình thành. Mực nước trong ống 2 cũng hạ thấp dần và qua ống đó, không khí bắt đầu vào bình. Tại cao trình đầu dưới của ống 2 hình thành áp suất khí quyển. Tại cao trình đó ở trong bình cũng có áp suất bằng áp suất khí quyển. Do đó bình chứa sẽ được tháo cạn dưới cột nước H và lưu lượng cố định Q.

Hỏi áp suất p_o thay đổi ra sao khi bình chứa được tháo cạn dần.



Hình bài 2.2

Bài giải:

Sau khi bình được chứa đầy, áp suất trong bình bằng áp suất khí quyển, tức là $p_o = p_a$. Trong một thời gian ngắn áp suất sẽ giảm dần cùng với việc cạn bình. Khi không khí bắt đầu vào bình chứa bằng ống 2, ta xác định áp suất từ điều kiện cân bằng chất lỏng ở cao trình mặt phẳng O-O. Trong ống 2 áp suất bằng áp suất khí quyển. Trong bình chứa cũng tại cao trình đó:

$$p_{td} = p_o + \rho gh$$

Do sự cân bằng các áp suất đó:

$$p_a = p_o + \rho gh$$

Do đó:

$$p_o = p_a - \rho gh \qquad (1)$$

Từ phương trình (1) ta thấy áp suất trong bình chứa nhỏ hơn áp suất khí trời, tức là chân không xuất hiện và áp suất chân không bằng:

$$p_{ck} = p_a - p_o = \rho gh \qquad (2)$$

Khi bình cạn dần thì mực nước cũng thấp dần, tức là khi chiều cao h giảm dần thì chân không cũng sẽ giảm cho tới khi mực nước xuống thấp bằng đầu dưới của ống 2 (khi h = 0) chân không sẽ bằng không, còn áp suất trong bình sẽ đạt đến áp suất khí quyển.

Bài 2.3. Tính áp suất dư ở độ sâu h = 1800m của đại dương trong hai trường hợp:

1) Nước biển là không nén được.

2) Nước biển là nén được.

Cho biết:

- Môđun đàn hồi thể tích của nước biển $K = 2.10^9$Pa.

- Trọng lượng thể tích của nước mặn tại mặt biển: $\gamma_o = 1{,}03.10^4 N/m^3$.

Bài giải:

1. $p = \gamma h = \gamma_o h = 185;4.10^5$ (Pa).

2. Dựa vào 3 công thức sau:

$$dp = \gamma dh \quad (1)$$

$$dM = d(\rho V) \quad (2)$$

$$K = -V\frac{dp}{dV} \quad (3)$$

Từ (2): $$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{d\gamma}{\gamma} \quad (a)$$

Từ (3): $$\frac{dV}{V} = -\frac{dp}{K} \quad (b)$$

Từ (1), (a), (b): $$dp = K\frac{d\gamma}{\gamma} \quad (c)$$

$$\int(c) \rightarrow p = K\ln\gamma + C = K\ln\frac{\gamma}{\gamma_o} \quad (d)$$

Từ (1) và (c): $$dh = K\frac{d\gamma}{\gamma^2} \quad (e)$$

$$\int(e) \rightarrow h = -\frac{K}{\gamma} + C = K\left(\frac{1}{\gamma_o} - \frac{1}{\gamma}\right) \quad (g)$$

Từ (g) rút ra:

$$\frac{\gamma}{\gamma_o} = \frac{K}{K - \gamma_o h}$$

Thay số vào ta tính được:

$$\frac{\gamma}{\gamma_o} = \frac{2.10^9}{2.10^9 - 1,03.10^4.1800} = 1,0094$$

Thay giá trị của $\frac{\gamma}{\gamma_o}$ vào (d) ta được kết quả:

$$p = 2.10^9 \ln(1,0094) = 2.10^9.2,3.0,0041 = 188,6.10^5 \text{ Pa}.$$

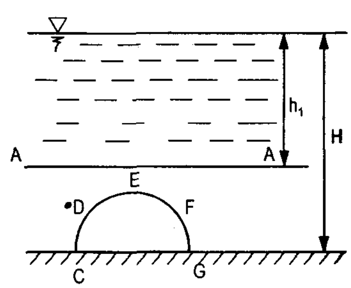
Như vậy nếu coi nước biển là không nén được trên suốt chiều sâu h = 1800m thì sai lệch so với kết quả tính chính xác chỉ là ≈ 1,7%, có thể bỏ qua.

Bài 2.4. Đường hầm CDEFG có dạng bán nguyệt, bán kính R = 2m, nằm dưới dáy biển sâu H = 25m (hình bài 2.4). Giả thiết rằng:

1) Trong khối nước từ mặt thoáng đến mặt A-A (A-A cách mặt thoáng một khoảng h_1 = 20m) trọng lượng thể tích của nước biển thay đổi theo quy luật sau:

$$\gamma = \gamma_o\left(1 + 0,02\frac{h}{h_1}\right)$$

trong đó: γ_o = 10000 N/m^3; h - độ sâu tính từ mặt thoáng đến điểm được xét; áp suất trên mặt thoáng p_a = 1at.



Hình bài 2.4

2) Từ mặt A-A đến đáy biển trọng lượng thể tích của nước biển xem như không đổi.

Yêu cầu:

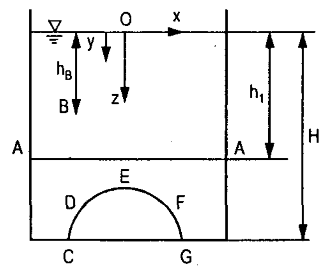
1. Tính áp suất dư tại các điểm C, D, E, F và G trên đường hầm. Cho C và G nằm trên đáy và 5 điểm này cách đều nhau trên cung tròn. Từ các giá trị tính được ở trên, vẽ dạng biểu đồ phân bố áp suất do nước biển tác dụng lên CDEFG.

2. Tính lực do nước biển tác dụng lên 1m chiều dài đường hầm (trị số, phương chiều) và vẽ vị trí đặt lực đó.

Bài giải:

1. Tính áp suất và vẽ biểu đồ phân bố áp suất

* Tính áp suất dư trên mặt A-A



Hình bài 2.4a

Áp dụng phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng chỉ chịu tác dụng của lực khối là lực trọng trường, với phương z chọn xuống dưới, lấy mặt thoáng làm chuẩn, ta có:

$$dp = \rho g dz = \gamma dz \qquad (1)$$

Theo đầu bài, quy luật phân bố trọng lượng riêng theo chiều sâu có dạng:

$$\gamma = \gamma_o\left(1 + 0,02\frac{h}{h_1}\right) \qquad (2)$$

Do việc chọn trục như trên, có thể thay h trong công thức (2) bằng z, ta nhận được:

$$\gamma = \gamma_o\left(1 + 0,02\frac{z}{h_1}\right) \qquad (3)$$

Thế (3) vào (1) ta có:

$$dp = \gamma dh = \gamma_o\left(1 + 0,02\frac{z}{h_1}\right)dz \qquad (4)$$

Vậy:

$$p/_{h1} = \int_o^{h_1}\gamma_o\left(1 + 0,02\frac{z}{h_1}\right)dz = \gamma_o\left(z + 0,02\frac{z^2}{h_1}\right)_o^{h_1} = 1,01\gamma_o h_1 \qquad (5)$$

Theo đầu bài: $h_1 = 20m$, $\gamma_o = 10000 N/m^3$, thế vào (5), ta có:

$$p/_{h1} = 1,01.10000.20 = 2,02.10^5 N/m^2 \qquad (6)$$

hay: $p_{A-A} = 2,02.10^5 N/m^2$

* Tính trọng lượng riêng của nước biển tại vị trí mặt cắt A-A

Vì trọng lượng riêng của nước biển trong vùng từ mặt thoáng đến mặt cắt A-A phân bố theo quy luật (2), A-A cách mặt thoáng khoảng h_1, nên thay $h = h_1$, ta nhận được:

$$\gamma_{A-A} = \gamma_o\left(1 + 0,02\frac{h_1}{h_1}\right) = 1,02\gamma_o \qquad (7)$$

Thế $\gamma_o = 10000 N/m^3$ vào (7) ta có:

$$\gamma_{A-A} = 1,02.10000 = 0,102.10^5 N/m^3 \qquad (8)$$

Theo đầu bài, trong vùng từ mặt cắt A-A đến đáy trọng lượng riêng của nước biển không đổi, do vậy bằng trọng lượng riêng của nước biển tại A-A, và được xác định theo công thức (8).

* Tính áp suất dư tại các điểm C, D, E, F và G

+ Áp suất tại điểm E:

$$p_E = P_A + \gamma_{A-A}(h_E - h_1)$$
$$= p_A + \gamma_{A-A}(H - R - h_1) \text{ vì } h_E = H - R \qquad (9)$$

Theo kết quả câu 1, $p_A = 2,02.10^5 N/m^3$, theo kết quả câu 2, $\gamma_{A-A} = 0,102.10^5 N/m^3$. Thế số vào (9):

$$p_E = 2,02.10^5 + 0,102.10^5.(25 - 2 - 20)$$
$$= 2,02.10^5 + 0,102.10^5.3 = 2,326.10^5 N/m^2$$
$$p_E = 2,326.\ 10^5 N/m^2$$

+ Áp suất tại điểm D và F:

Do các điểm C, D, E, F, G được bố trí đều trên đường tròn nên hai điểm D và F cách đáy biển một khoảng: $y = R\cos 45^o = R\sqrt{2}/2$, vậy p_D và p_F được xác định như sau:

$$p_D = p_F = p_A + \gamma_{A-A}(h_D - h_1) = p_A + \gamma_{A-A}(H - y - h_1) \qquad (10)$$

Tương tự câu trên, thế số vào (10) ta có:

$p_D = p_F = 2,02.10^5 + 0,102.10^5.\ (25 - 1,414 - 20)$

$= 2,02.10^5 + 0,102.10^5.(5 - 1,414) = 2,386.10^5 N/m^2$

$p_D = p_F = 2,386.\ 10^5 N/m^2$

+ Áp suất tại điểm C và G:

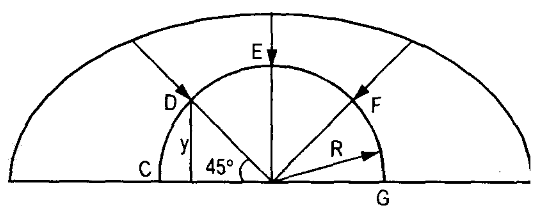
$p_C = p_G = p_A + \gamma_{h1}(h_C - h_1) \qquad (11)$

Thế số:

$p_C = p_G = 2,02.10^5 + 0,102.10^5.\ (25 - 5)\ N/m^2$

$p_C = p_G = 2,02.10^5 + 0,102.10^5.\ 5 = 2,53.10^5 N/m^2$

$p_C = p_G = 2,53.10^5 N/m^2$



Hình bài 2.4b

* Vẽ biểu đồ phân bố áp suất:

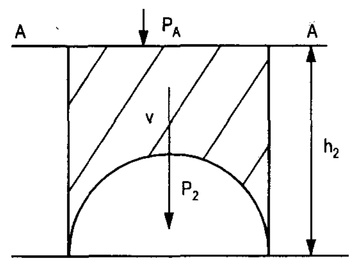
Áp suất luôn vuông góc và hướng vào mặt tác dụng, nên các đường áp suất đều đi qua tâm. Độ dài các vectơ biểu diễn tương ứng với các giá trị áp suất tại các điểm được tính (hình bài 2.4b).

2. Tính áp lực do nước biển tác dụng lên hầm

+ Do đường hầm cong phẳng nên áp lực theo phương y bằng không.

+ Áp lực theo phương x triệt tiêu.

+ Áp lực theo phương z thẳng đứng:



Hình bài 2.4c

$$P_z = p_A.\omega_z + \gamma_{A-A}V \qquad (12)$$

Trong đó:

- Hình chiếu mặt cong lên A-A:

$$\omega_z = 2R.l \qquad (13)$$

- V là thể tích vật thể áp lực, xác định bằng phần gạch chéo trên hình bài 2.4c.

$$V = (2Rh_2 - \pi R^2/2)\,.\,l \qquad (14)$$

Thế (6), (13), (14) vào (12) ta nhận được:

$$\begin{aligned} P_z &= p_A.2R + \gamma_{A-A}.R.(2h_2 - \pi R/2) \\ &= p_A.2R + \gamma_{A-A}.R.[2(H - h_1) - \pi R/2] \end{aligned} \qquad (15)$$

Thế số vào (15):

$$P_z = 2{,}02.10^5.2.2 + 0{,}102.10^5.2\,(2.(25 - 20) - 3{,}14.2/2) = 9{,}479.10^5 N$$

$$P_z = 9{,}479.10^5 N$$

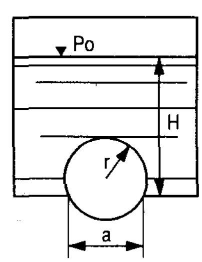
Phương của hợp lực tác dụng: thẳng đứng, chiều: hướng xuống.

Đường đặt lực: hình bài 2.4c.

Bài 2.5. Một trụ tròn bán kính r = 25cm, dài l = 100cm, dùng để đậy một lỗ ở đáy bể chứa (hình bài 2.5). Lỗ có kích thước: a × b = 25 × 100 (cm). Yêu cầu:

1. Xác định áp lực của nước lên trụ khi H = 3m, $p_o = p_a$ = 100kPa.

2. Với chiều sâu mực nước H trong bể chứa bằng bao nhiêu thì trụ sẽ tự động mở nếu biết trọng lượng của trụ G = 600N và áp suất mặt thoáng trong bình p_o = 80kPa.



Hình bài 2.5

Bài giải:

1. Bình trụ đối xứng theo phương ngang, nên theo phương ngang:

$$P_x = 0$$

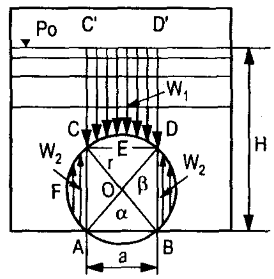
Chọn trục z quay xuống dưới, khi đó áp lực thẳng đứng P_z tác dụng lên bình xác định như sau:

$$P_z = \gamma\,(W_1 + W_2)$$

Trong đó:

$W_1 = (S_{CDC'D'} - S_{CED}).b$ mang dấu +

$W_2 = 2.S_{AFC}.b$ mang dấu –



Hình bài 2.5a

* Tính các diện tích:

+ $S_{CDC'D'} = a.CC' = a.(H - AC) = a.(H - 2r\sin\beta/2)$.

$\Rightarrow S_{CDC'D'} = 0{,}25(3 - 2.0{,}25.\sin 120/2) = 0{,}64175 m^2$

$$+S_{CED} = S_{\text{quạt}\,OCD} - S_{\Delta OCD} = \frac{\pi r^2}{360^o}\alpha - \frac{1}{2}r^2\sin\alpha$$; với $\alpha = 60^o$ ($a = r = 25$cm)

$$\Rightarrow S_{CED} = \frac{3{,}14.0{,}25^2}{360^o}60^o - \frac{1}{2}0{,}25^2\sin 60^o = 0{,}005645 m^2.$$

$$+S_{AFC} = \frac{\pi r^2}{360^o}\beta - \frac{1}{2}r^2\sin\beta = \frac{3{,}14.0{,}25^2}{360^o}120^o - \frac{1}{2}0{,}25^2\sin 120^o = 0{,}03835 m^2$$

* Tính các thể tích vật áp lực:

$W_1 = (0{,}64175 - 0{,}005645)1 = 0{,}6361 m^3$;

$W_2 = 2.0{,}03835.1 = 0{,}0767 m^3$.

Vậy áp lực tổng hợp:

$P_z = (W_1 - W_2) = 9810(0{,}6361 - 0{,}0767) = 5487{,}71N$

2. Khi $P_o = 80$ kPa, ta có độ chênh áp giữa áp suất khí trời và áp suất trong bình là:

$\Delta p = p_a - p_o = 100 - 80 = 20kPa = 20.000\ N/m^2$.

* Gọi H là cột nước khi trụ có thể tự nổi lên, ta có bất phương trình:

$\Delta p.a.b \geq \gamma\,[0{,}25(H - 0{,}433) - 0{,}005645 - 0{,}07671] + G$

trong đó:

$W_2 = 0{,}07671\ m^3$ không thay đổi

$W_1 = a.b\,(H - AC) - S_{CED}.b = 0{,}25\,(H - 0{,}433) - 0{,}005645 m^3$

Bất phương trình dẫn đến:

$0{,}25\gamma H \leq \Delta p.a.b + 0{,}1906\gamma - G \Rightarrow$

$$H \leq \frac{\Delta p.a.b + 0{,}1906.\gamma - G}{0{,}25\gamma}$$

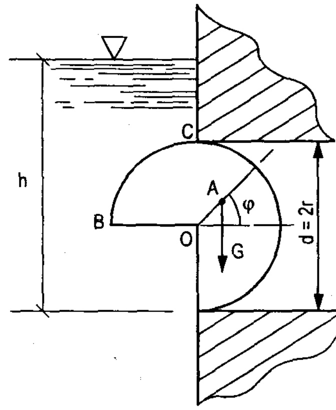
Thay số, được:

$$H \leq \frac{20000.0{,}25.1 + 0{,}1906.9810 - 600}{0{,}259810} = 2{,}556m \approx 2{,}56m$$

Vậy: $H \leq 2{,}56m$

Bài 2.6. Van hình trụ có thể quay xung quanh trục nằm ngang O. Trọng tâm của van nằm trên đường bán kính tạo thành góc $\varphi = 45^o$ theo phương ngang và cách trục quay một khoảng $OA = \frac{1}{5}r$. Biết bán kính r = 40cm, chiều rộng van b = 100cm (hình bài 2.6).

Xác định trọng lượng của van để van ở vị trí cân bằng như hình vẽ.



Hình bài 2.6

Bài giải:

Để cho van ở vị trí cân bằng:

$$\sum M_o = 0.$$

Theo biểu đồ áp suất thủy tĩnh ta viết phương trình cân bằng:

$$P_z.OD_2 - P_x.OD_1 + G.OA\cos\varphi = 0 \qquad (1)$$

Trong đó:

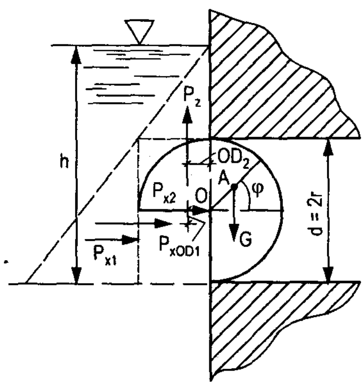
$P_z = \frac{1}{4}\gamma\pi r^2 b$; $OD_2 = \frac{4r}{3\pi}$

$P_x = P_{x_1} + P_{x_2}$

$P_{x_1} = \frac{1}{2}\gamma 2r.2r.b = 2\gamma r^2 b$;

$P_{x_2} = 2\gamma r.r.b = 2\gamma r^2 b$;

$P_x = 4\gamma r^2 b$



Hình bài 2.6a

Xác định OD_1 từ:

$$-P_{x_1}.\frac{1}{3}r - P_{x_2}.0 - P.OD_1 = 0$$

$$OD_1 = \frac{P_{x_1}.\frac{1}{3}r}{P} = \frac{\frac{1}{3}2\gamma r^3 b}{4\gamma r^2 b} = \frac{2}{12}r = \frac{1}{6}r$$

Từ (1) ta được trọng lượng của van bằng:

$$G = \frac{P_x.OD_1 - P_z.OD_2}{OA\cos\varphi} = \frac{4\gamma r^2 b\frac{1}{6}r - \frac{1}{4}\gamma\pi r^2 b.\frac{4r}{3\pi}}{\frac{1}{5}r.\cos 45^o}$$

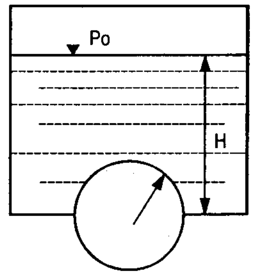
$$G = \frac{\frac{4}{6}\gamma r^2 b - \frac{1}{3}\gamma r^2 b}{\frac{1}{5}\cos 45^o} = \frac{\gamma b r^2\left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{5}\cos 45^o} = \frac{\frac{1}{3}\gamma b r^2}{\frac{1}{5}\cos 45^o}$$

$$G = \frac{5}{3}\frac{\gamma b r^2}{\cos 45^o} = \frac{5.9810.1.0,4^2}{3\cos 45^o} = 3700N = 3,7\,kN$$

Bài 2.7. Tại đáy bể chứa nước có một lỗ tròn bán kính R = 20cm được đậy bằng một van dạng nửa hình cầu có cùng bán kính và có trọng lượng G = 200N. Cho biết áp suất không khí p_a = 100kPa.

1. Hãy tính lực T cần để mở van khi cột nước H = 2,5m nếu áp suất trên mặt thoáng p_o = 100kPa.

2. Với cột nước H bằng bao nhiêu thì van tự động mở nếu p_o = 80kPa.



Hình bài 2.7

Bài giải:

1. Lực nâng T cần để mở van

$$T = G + P_z$$

Ở đây:

$$P_z = \gamma W = \gamma\left(\pi R^2 H - \frac{2}{3}\pi R^3\right) =$$

$$= \gamma\pi R^2\left(H - \frac{2}{3}R\right) = 9810.3,14.0,20^2\left(2,5 - \frac{2}{3}0,2\right) = 2916N$$

Lực nâng: T = 200 + 2916 = 3116N

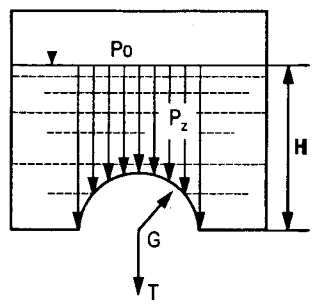
2. Xác định cột nước H khi van tự động mở

Van sẽ tự động mở khi:

$$\Delta p \pi R^2 \geq \gamma\left(H\pi R^2 - \frac{2}{3}\pi R^3\right) + G$$

Trong đó: $\Delta p = p_a - p_o = 100 - 80 = 20kPa$

Giải bất phương trình trên ta được: $H \leq \frac{\Delta p}{\gamma} - \frac{G}{\gamma\pi R^2} + \frac{2}{3}R$



Hình bài 2.7a

Thay số: $H \leq \frac{20000}{9810} - \frac{200}{9810.3,14.0,20^2} + \frac{2}{3}0,2 = 2,01m$

Vậy: $H \leq 2,01m$

Bài 2.8. Một khối chất lỏng không nén được thể tích V = 1000m^3 đứng, cân bằng dưới tác dụng của lực khối chỉ là lực hấp dẫn hướng vào một tâm O cố định và tỉ lệ thuận với khoảng cách từ phần tử đó đến tâm O.

Tìm dạng mặt thoáng của khối chất lỏng và áp suất của chất lỏng tại tâm O. Cho rằng chất lỏng là nước (khối lượng riêng ρ =1000 kg/m^3). Lực hấp dẫn có giá trị 10N đối với 1kg khối lượng cách tâm 1 cm. Áp suất ở mặt thoáng p_o = 0.

Bài giải:

* **Vì lực** hấp dẫn hướng vào tâm cố định và tỉ lệ thuận với khoảng cách r từ phần tử đó đến tâm, nên:

$$\vec{F} = -k\vec{r}$$

với k là hệ số có thể xác định được.

Khi khối chất lỏng cân bằng, mặt thoáng là mặt đẳng áp.

Áp suất tại mỗi điểm bất kì trong khối chất lỏng cân bằng được phân bố theo:

$$dp = \rho(F_x dx + F_y dy + F_z dz) = -\frac{1}{2}k\rho dr^2$$

hay:

$$p = C - \frac{1}{2}k\rho r^2 \qquad (1)$$

Trên mặt thoáng p = 0. Do đó, phương trình của mặt thoáng là:

$$r^2 = \frac{2C}{k\rho} \qquad (2)$$

Vậy mặt thoáng có dạng hình cầu, tâm là O.

* **Khối** cầu có thể tích:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{2C}{k\rho}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (3)$$

Tại tâm khối cầu, theo (1), ta được: r = 0, $p = p_o = C$.

Từ (3), ta có:

$$p_o = C = \frac{k\rho}{2}\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{2/3} \qquad (4)$$

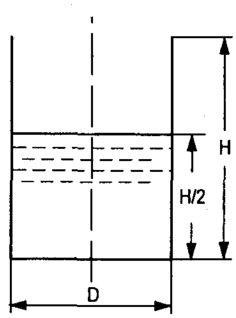
* **Hệ số:**

$$k = -\frac{F}{r} = 1000\frac{N}{m.kg} = 1\frac{kN}{m.kg}$$

Áp suất ở tâm:

$$p_o = \frac{1.1000}{2}\left(\frac{3.1000}{4\pi}\right)^{2/3} = 19250kN/m^2$$

Bài 2.9. Một bình hở có đường kính D, chiều cao H, chứa chất lỏng có khối lượng riêng ρ đến chiều cao H/2 (hình bài 2.9).



Hình bài 2.9

1. Chứng minh rằng: nếu cho bình quay với bất kì vận tốc góc ω nào (với điều kiện chất lỏng không tràn ra khỏi bình) thì mặt phẳng chứa giao tuyến giữa bình và mặt thoáng của chất lỏng và mặt phẳng nằm ngang tiếp xúc với điểm thấp nhất của mặt thoáng luôn cách đều mặt thoáng của chất lỏng lúc tĩnh tuyệt đối.

2. Nếu bịt kín thùng lại bằng một nắp phẳng và tăng áp suất không khí trong bình đến áp suất dư $p_{dư}$ và cho bình vừa quay quanh trục đối xứng thẳng đứng với vận tốc góc ω, vừa kéo thùng lên với gia tốc a không đổi, hỏi:

a) Quy luật phân bố áp suất trong chất lỏng đó.

b) Áp lực chất lỏng lên đáy bình.

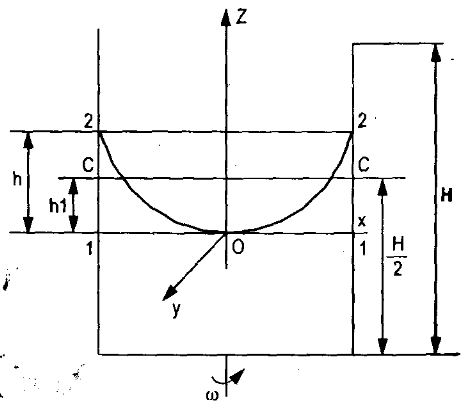
c) Tìm vận tốc góc nhỏ nhất để cho không khí trong thùng bắt đầu tiếp xúc với đáy bình.

3. Nếu thay toàn bộ không khí trong bình bằng chất lỏng khác có khối lượng riêng $\rho_1 < \rho$ và không gia áp (nghĩa là áp suất dư của chất lỏng ở sát nắp bình chứa bằng không) và cho bình vừa quay với vận tốc góc ω, vừa kéo lên với gia tốc a không đổi như câu 2, áp lực chất lỏng lên đáy bình sẽ thay đổi như thế nào?

Bài giải:

1. Bình hở:

Ta có: thể tích chất lỏng giữa mặt cắt c-c và 1-1 bằng thể tích của khối chất lỏng được giới hạn bởi mặt thoáng 2-0-2 và mặt 1-1 nên:



Hình bài 2.9a

$$\frac{\pi D^2}{4} h_1 = \int_0^{\frac{D}{2}} z 2\pi r dr \Rightarrow$$

$\int \frac{w^2 r^2}{2} - \gamma z = 0$

$$h_1 = \frac{\omega^2 D^2}{16g}$$

$r = \frac{D}{2}$

Do đó ta được: $h = 2h_1$ với mọi giá trị ω.

$h = \frac{w^2 D^2}{8g}$

2. Bình kín, có gia tăng áp suất $p_{dư}$:

a) Tìm quy luật phân bố áp suất thủy tĩnh khi bình quay.

Từ phương trình vi phân cân bằng Ơle:

$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$ với $X = \omega^2 x$; $Y = \omega^2 Y$; $Z = -(g + a)$, sau khi tích phân ta có:

$$\frac{\rho\omega^2(x^2 + y^2)}{2} - \rho(g + a)z - p = C$$

Gốc toạ độ được đặt tại điểm thấp nhất của mặt thoáng như hình vẽ, ta có các điều kiện biên:

$$x = y = z = 0 \Rightarrow p = p_{dư} \Rightarrow C = p_{dư}$$

Đặt: $x^2 + y^2 = r^2$ ta được quy luật phân bố áp suất thủy tĩnh khi bình quay:

$$p = p_{dư} + \frac{\rho\omega^2 r^2}{2} - \rho(g + a)z \qquad \textbf{(1)}$$

Phương trình mặt thoáng:

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

Khi $r = \frac{D}{2}$ ta có:

$$z = h = \frac{\omega^2 D^2}{8(g+a)}$$

Vậy gốc toạ độ sẽ nằm thấp hơn mặt thoáng khi bình đứng yên một đoạn là:

$$h_1 = \frac{h}{2} = \frac{\omega^2 D^2}{16(g+a)}$$

b) Tính áp lực lên đáy bình chứa lúc bình quay

Theo điều kiện đầu bài ta có:

$$z = -\left[\frac{H}{2} - \frac{\omega^2 D^2}{16(g+a)}\right] \tag{2}$$

Thay (2) vào (1) ta được quy luật phân bố áp suất tại đáy bình:

$$p_{đáy} = p_{dư} + \frac{\rho\omega^2 r^2}{2} + \rho\,(g+a)\left[\frac{H}{2} - \frac{\omega^2 D^2}{16(g+a)}\right]$$

Áp lực lên đáy bình bằng:

$$P = \int_0^{\frac{D}{2}} p_{đáy}\, 2\pi r dr \tag{3}$$

Đặt:

$$A = p_{dư} + \rho(g+a)\left[\frac{H}{2} - \frac{\omega^2 D^2}{16(g+a)}\right]$$

Tích phân (3) ta được:

$$P = \frac{\pi D^2}{64}(16A + \rho\omega^2 D^2) \tag{4}$$

c) Xác định ω_{min} để cho không khí chạm đáy bình:

Khi không khí bắt đầu chạm đáy, theo cách lập luận của câu 1, chiều cao h_1 ứng với ω_{min} sẽ bằng:

$$h_1 = \frac{H}{2} = \frac{\omega_{min}^2 D^2}{8g}$$

Vì vậy:

$$\omega_{min} = \frac{2}{D}\sqrt{gH}$$

3. Bình kín, có $\rho_l < \rho$, không gia áp, áp lực lên đáy bình:

Áp lực lên đáy bình P vẫn tính theo (4) với sự thay đổi của A:

$$A = \frac{\gamma H}{2} + \rho(g+a)\left[\frac{H}{2} - \frac{\omega^2 D^2}{16(g+a)}\right]$$

Chương 3
ĐỘNG HỌC CHẤT LỎNG

Trong chương này ta nghiên cứu chuyển động của chất lỏng, nghĩa là nghiên cứu các đại lượng đặc trưng của chuyển động như dạng chuyển động, vận tốc, khối lượng riêng v.v... Ta chưa xét nguyên nhân gây ra chuyển động, tức là lực.

§3.1. HAI PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG

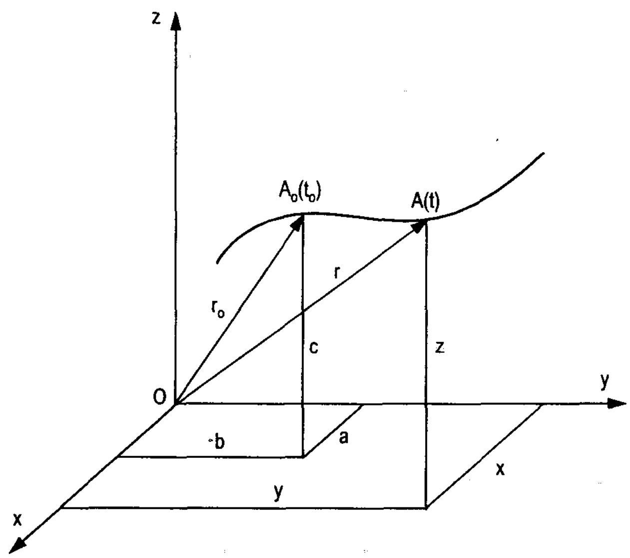
1. Phương pháp Lagrăngiơ

Phương pháp này khảo sát chuyển động của từng phần tử chất lỏng riêng biệt. Giả sử ở thời điểm ban đầu t_o, phần tử chất lỏng có vị trí $A_o(a, b, c)$; ở thời điểm t, nó chuyển sang A(x, y, z). Gọi $\vec{r}$ là véc tơ bán kính chuyển động của mỗi phần tử ở thời điểm t:

$$\vec{r}\,(a, b, c, t)$$

hay là hình chiếu lên các trục toạ độ (hình 3.1):

$$x = x_1\,(a, b, c, t);$$
$$y = y_2\,(a, b, c, t);$$
$$z = z_3\,(a, b, c, t)$$



Hình 3.1

Nếu biết x_1, y_2, z_3 ta sẽ biết chuyển động của phần tử chất lỏng và quỹ đạo của nó và từ đó suy ra vận tốc: $\vec{u} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$, gia tốc $\vec{w} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

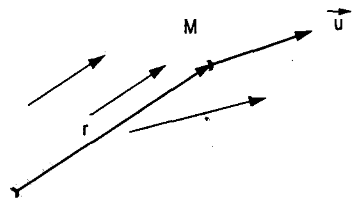
a, b, c, t - gọi là biến số Lagrăngiơ.

2. Phương pháp Ơle

Khảo sát một cách tổng quát chuyển động của chất lỏng đi qua những điểm cố định trong không gian ở những thời điểm t khác nhau (hình 3.2). Chọn điểm M cố định trong không gian được xác định bởi véctơ bán kính $\vec{r}$ (x, y, z). Tại thời điểm t ta xác định được véc tơ vận tốc của phần tử chất lỏng đi qua điểm đó:

$$\vec{u} = \vec{u}(x, y, z, t)$$

Khảo sát chuyển động của nhiều phần tử chất lỏng tại các điểm cố định trong dòng chảy. Ứng với thời điểm t xác định, ta có các véctơ vận tốc phân bố tại các điểm trong không gian, nghĩa là ta có trường vận tốc.



Hình 3.2

Hình chiếu của $\vec{u}$ lên các trục toạ độ:

$u_x = u(x, y, z, t)$

$u_y = v(x, y, z, t)$

$u_z = w(x, y, z, t)$

Gia tốc $\vec{w} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial\vec{u}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial\vec{u}}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial\vec{u}}{\partial z}\frac{dz}{dt} = \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial\vec{u}}{\partial x}u_x \frac{\partial\vec{u}}{\partial y}u_y + \frac{\partial\vec{u}}{\partial z}u_z$

x, y, z, t gọi là biến số Ơle.

So sánh hai phương pháp: Phương pháp Lagrăngiơ nghiên cứu chuyển động bằng cách gắn chặt vào một phần tử chất lỏng, do đó tìm được quỹ đạo của nó (như chuyển động sóng). Còn phương pháp Ơle xác định được trường vận tốc và sẽ tìm được dòng của các phần tử chất lỏng. Trong giáo trình này ta nghiên cứu theo phương pháp Ơle. Có thể chuyển từ biến số Lagrăngiơ sang biến số Ơle và ngược lại.

§3.2. CÁC ĐẶC TRƯNG ĐỘNG HỌC

1. Phân loại chuyển động

Chuyển động dừng: các yếu tố chuyển động không biến đổi theo thời gian:

$$u = u(x, y, z), ..., \frac{\partial}{\partial t} = 0$$

Chuyển động không dừng: $u = u(x, y, z, t), \ldots \frac{\partial}{\partial t} \neq 0$

Dòng chảy đều (trong chuyển động dừng): sự phân bố vận tốc trên mọi mặt cắt dọc theo dòng chảy giống nhau (không đổi); $\frac{\partial u}{\partial x} = \text{const}$

Dòng chảy không đều: $\frac{\partial u}{\partial x} \neq \text{const}$

Dòng chảy có áp (cưỡng bức) là dòng chảy không có mặt thoáng, còn dòng chảy không áp (tự do): có mặt thoáng.

2. Các yếu tố thuỷ lực

Mặt cắt ướt là mặt cắt vuông góc với véc tơ vận tốc của dòng chảy, kí hiệu ω.

Chu vi ướt là đoạn tiếp xúc giữa chất lỏng và thành giới hạn dòng chảy, kí hiệu χ.

Bán kính thuỷ lực: $R = \frac{\omega}{\chi}$

Lưu lượng là lượng chất lỏng chảy qua ω trong 1 đơn vị thời gian, kí hiệu là Q.

$$Q = \int_{\omega} u d\omega \qquad \text{Đơn vị đo Q: } m^3/s$$

Trong trường hợp phẳng (hình 3.3):

$$Q = \oint_{s} u_n ds$$

$\Gamma = \oint_{s} u_s ds$ - gọi là lưu số vận tốc. Với 1 cung AB:

$$\Gamma_{AB} = \int_A^B (\vec{u}.d\vec{s}) = \int_A^B \vec{u}\cos\alpha ds = \int_A^B u_s ds = \int_A^B (u\,dx + vdy)$$

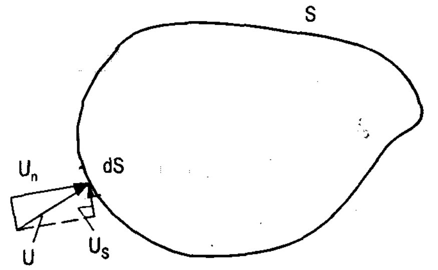
ds – tiếp tuyến tại một điểm nào đó của AB.

Vận tốc trung bình trên mặt cắt ướt:

$$v = \frac{Q}{\omega}$$

Suy ra:

$$Q = v.\omega$$



Hình 3.3

3. Đường dòng, dòng nguyên tố

Đường dòng là đường cong trên đó véc tơ vận tốc của các điểm trùng với tiếp tuyến tại các điểm của đường cong.

Từ định nghĩa suy ra: - Cách vẽ đường dòng.

- Phương trình đường dòng:

$$\vec{u} // d\vec{r} \rightarrow \vec{u} \wedge d\vec{r} = 0 \rightarrow \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

Trong đó: $d\vec{r}$: phân tố véc tơ của đường dòng.

Chú ý: Tại mỗi điểm trong không gian, ở mỗi thời điểm chỉ đi qua một đường dòng, nghĩa là các đường dòng không cắt nhau.

Cần phân biệt quỹ đạo với đường dòng:

Quỹ đạo đặc trưng cho sự biến thiên vị trí của phần tử chất lỏng theo thời gian, còn đường dòng biểu diễn phương vận tốc của các phần tử chất lỏng tại một thời điểm. Trong chuyển động dừng thì chúng trùng nhau.

Các đường dòng tựa lên một vòng kín vô cùng nhỏ ta được một ống dòng. Chất lỏng chảy đầy trong ống dòng gọi là dòng nguyên tố. Chất lỏng không thể xuyên qua ống dòng.

4. Hàm dòng và thế vận tốc

Để đơn giản, ta khảo sát chuyển động trong mặt phẳng xy. Đưa vào hàm ψ(x, y) và φ (x, y) sao cho thoả mãn điều kiện:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial x};\ v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

ψ gọi là hàm dòng; φ - thế vận tốc

Từ phương trình đường dòng: $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$

Ta có: $$-vdx + udy = \frac{\partial \psi}{\partial x}dx + \frac{\partial \psi}{\partial y}dy = d\psi = 0$$

Do đó phương trình đường dòng có dạng: ψ = const = C, biểu diễn họ đường dòng.

Tương tự, ta có φ = const biểu diễn họ đường đẳng vận tốc.

Từ định nghĩa của ψ và φ, ta được:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$$

Đó là điều kiện trực giao của các đường dòng và đường đẳng thế vận tốc, hay gọi là điều kiện Côsi-Riêman.

Để thấy rõ ý nghĩa vật lí của φ và ψ, từ định nghĩa của lưu số vận tốc ở trên:

$$\Gamma_{AB} = \int_A^B u_s ds = \int_A^B udx + vdy = \int_A^B \frac{\partial \varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y}dy = \int_A^B d\varphi = \varphi(B) - \varphi(A)$$

Tương tự:

$$Q = \int_A^B u_n ds = \int_A^B udx - vdy = \int_A^B \frac{\partial \psi}{\partial x}dx + \frac{\partial \psi}{\partial y}dy = \int_A^B d\psi = \psi(B) - \psi(A)$$

nghĩa là hiệu các giá trị hàm dòng tại hai điểm nào đó bằng lưu lượng chất lỏng chảy qua ống dòng giới hạn bởi hai đường dòng đi qua hai điểm đó.

5. Đường xoáy, ống xoáy

Chuyển động quay của mỗi phần tử chất lỏng xung quanh một trục quay tức thời đi qua nó được gọi là chuyển động xoáy.

Véc tơ vận tốc góc quay trong chuyển động xoáy:

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2}\text{rot}\vec{u}$$

Chuyển động không xoáy hay chuyển động thế khi:

$$\text{rot}\vec{u} = 0$$

Tương tự như khái niệm về đường dòng và ống dòng, ở đây ta có khái niệm về đường xoáy và ống xoáy. Nếu cho trước trường vận tốc, từ biểu thức trên ta có thể xác định trường véc tơ vận tốc góc $\vec{\Omega}$. Đường cong tiếp xúc với véc tơ vận tốc góc gọi là đường xoáy. Tập hợp các đường xoáy bao quanh một phân tố diện tích $d\omega$ nào đó gọi là ống xoáy. Chất lỏng chảy đầy trong ống xoáy gọi là sợi xoáy.

Cường độ của ống xoáy: $i = \int_{\omega} rot_n u d\omega$

Phương trình đường xoáy:

$$\frac{dx}{\Omega_x} = \frac{dy}{\Omega_y} = \frac{dz}{\Omega_z}$$

§3.3. ĐỊNH LÍ COSI – HEMHON (ĐỊNH LÍ HEMHON 1)

Hay là định lí cơ bản của động học chất lỏng.

Định lí về sự biến dạng của phân tố chất lỏng.

Theo cơ học lí thuyết, đối với vật rắn, vận tốc tại M bằng vận tốc tịnh tiến tại 0 cộng với vận tốc quay của M quanh 0 (hình 3.4):

$$\vec{u}_M = \vec{u}_o + \vec{u}_{M0} \qquad \vec{u}_{M0} = \vec{\Omega} \wedge \vec{r}$$

Đối với chất lỏng, mọi thể tích bất kì nào đó đều bị biến dạng trong quá trình chuyển động. Vì vậy khảo sát vận tốc của một phân tố chất lỏng phải thêm vào thành phần vận tốc biến dạng $\vec{u}_{bd}$:

$$\vec{u} = \vec{u}_o + \vec{\Omega} \wedge \vec{r} + \vec{u}_{bd}$$

Đó là nội dung của định lí Hemhon 1. $\vec{u}_{bd}$ của phân tố chất lỏng tại M có thể viết dưới dạng ma trận:

$S = |S_{ij}|$ - ten xơ vận tốc biến dạng, với các thành phần:

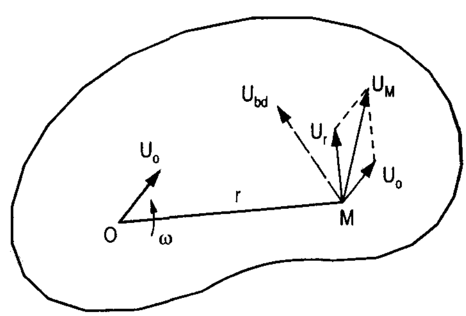
$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right); \ i, j = 1, 2, 3.$$

Ngoài ra, còn có các định lí về chuyển động xoáy sau đây:

Định lí Hemhon 2: Định lí bảo toàn xoáy.

Định lí Stốc: Định lí về sự liên hệ giữa cường độ của ống xoáy và lưu số vận tốc: $i = \Gamma$.

Công thức Biô - Xava: Tìm phân bố vận tốc cảm ứng quanh sợi xoáy đã biết.



Hình 3.4

§3.4. PHƯƠNG TRÌNH LIÊN TỤC

Đây là một dạng của định luật bảo toàn khối lượng: Khối lượng m của hệ cô lập không thay đổi trong suốt quá trình chuyển động: $\frac{dm}{dt} = 0$.

1. Dạng tổng quát (hay là dạng Ơle)

Trong môi trường chất lỏng chuyển động ta tưởng tượng tách ra một phân tố hình hộp có thể tích $\Delta V = dxdydz$ (hình 3.5).

Theo định luật bảo toàn khối lượng:

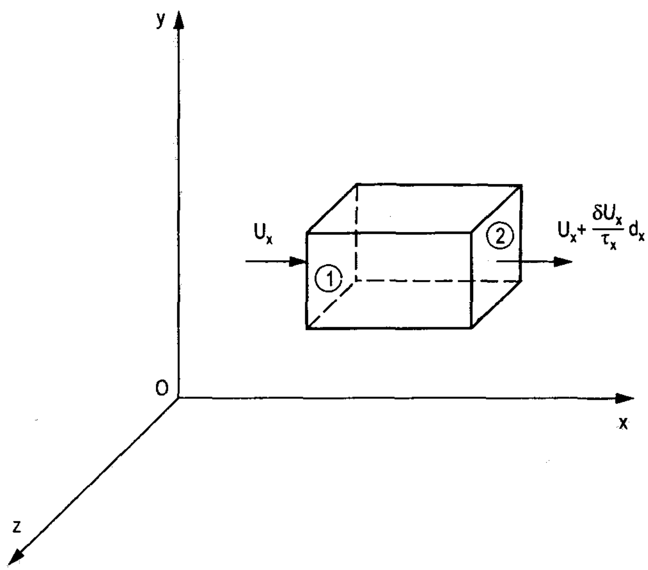
$$\frac{d(\rho\Delta V)}{dt} = 0$$

$\rho = \rho\ (x, y, z, t)$ khối lượng riêng của chất lỏng

Lấy đạo hàm:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{\Delta V}\frac{d\Delta V}{dt} = 0$$

$\dfrac{d\Delta V}{dt}$ là vận tốc biến dạng tương đối của thể tích phân tố chất lỏng, được xác định như là tổng hợp của các biến dạng dài thành phần theo ba phương x, y, z.



Hình 3.5

Xét theo phương x: Vận tốc mặt 1: u_x;

$$\text{mặt 2: } u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx$$

Sau thời gian dt: mặt 1 di chuyển sang phải: $u_x dt$

$$\text{mặt 2: } \left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx\right)dt$$

Thể tích của phân tố chất lỏng thay đổi theo hướng trục x một lượng tuyệt đối bằng:

$$\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx\right)dydzdt - u_x dydzdt = \frac{\partial u_x}{\partial x}dxdydzdt$$

tương tự cho hai phương y, z.

Nên: $$d\Delta V = \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right)dxdydzdt$$

và: $$\frac{1}{\Delta V}\frac{d\Delta V}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Vậy $$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Đó chính là phương trình liên tục dạng tổng quát. Có thể viết dưới dạng gọn hơn:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div}\vec{u} = 0 \tag{3.1}$$

hay là: $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{u}) = 0$$

Trong chuyển động dừng: $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ nên $\operatorname{div}(\rho\vec{u}) = 0$

Đối với chất lỏng không nén được (ρ = const) ta được:

$$\operatorname{div}\vec{u} = 0$$

Có thể chứng minh phương trình liên tục gọn hơn bằng các công thức biến đổi tích phân (xem Phụ lục ở cuối sách. Định lí vận chuyển Reynolds).

2. Đối với dòng nguyên tố

Khảo sát khối chất lỏng trong dòng nguyên tố giữa hai mặt cắt 1-1 và 2-2. Giả thiết chuyển động dừng, chất lỏng không nén được.

Lượng chất lỏng đi vào 1-1: $\rho u_1 d\omega_1$ đi ra 2-2: $\rho u_2 d\omega_2$

Theo định luật bảo toàn khối lượng:

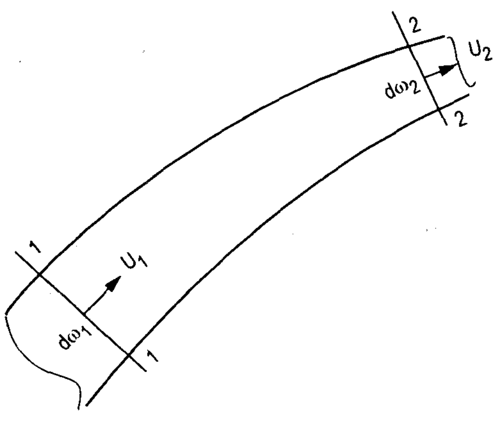
$$\rho u_1 d\omega_1 = \rho u_2 d\omega_2$$

$$\rightarrow u_1 d\omega_1 = u_2 d\omega_2 = dQ = \text{const}$$

Đối với toàn dòng:

$$v_1\omega_1 = v_2\omega_2 = \text{const}$$

hay là: $Q_1 = Q_2$ = const

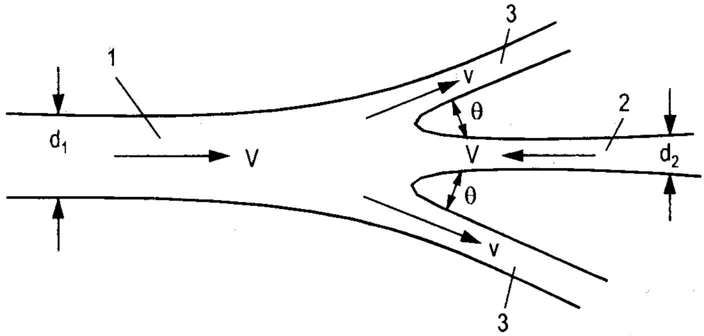


Hình 3.6

nghĩa là trong dòng chảy dừng của chất lỏng không nén được, lưu lượng qua mọi mặt cắt đều bằng nhau, suy ra vận tốc tỉ lệ nghịch với tiết diện.

Ví dụ:

Hai luồng chất lỏng cùng vận tốc, ngược chiều, có đường kính d_1 và d_2 đập vào nhau. Lập biểu thức liên hệ giữa góc θ và đường kính d_1 và d_2.



Hình bài 3.1

Bài giải:

Chọn chiều trục x trùng với trục dòng, từ trái sang phải. Viết phương trình động lượng cho thể tích kiểm tra giới hạn đoạn dòng tia trong phạm vi 1, 2 và 3.

$$-\rho Q_1 v + \rho Q_2 v + \rho Q_3 v \cos\theta = 0$$

hoặc

$$-\rho S_1 v^2 + \rho S_2 v^2 + \rho v^2 \cos\theta (S_1 + S_2) = 0$$

rút ra:

$$S_2 (1 + \cos\theta) = S_1 (1 - \cos\theta)$$

biết $S_2 = \dfrac{\pi d_2^2}{4}$ và $S_1 = \dfrac{\pi d_1^2}{4}$.

Vậy:
$$\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$$

Chương 4

ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT LỎNG

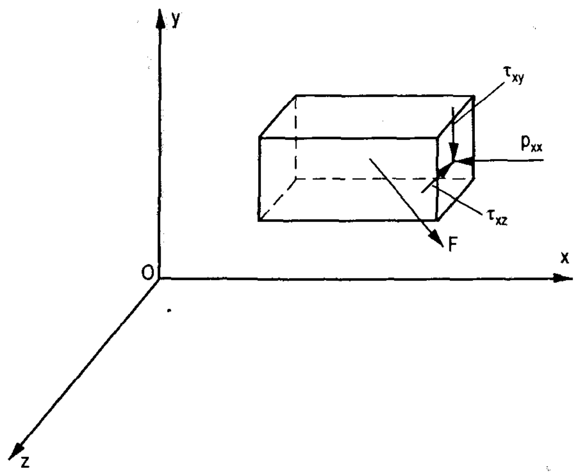
Trong chương này ta nghiên cứu các quy luật chuyển động của chất lỏng dưới tác dụng của lực và những ứng dụng của nó. Để tiết kiệm thời gian, ta khảo sát chất lỏng thực trước, sau đó suy ra cho chất lỏng lí tưởng.

§4.1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG THỰC

1. Dạng ứng suất

Trong chất lỏng thực chuyển động, áp suất thuỷ động vẫn hướng vào mặt tác dụng (giống như áp suất thủy tĩnh, chương 2), nhưng không chỉ hướng theo pháp tuyến, mà **nó** là tổng của thành phần ứng suất pháp tuyến, kí hiệu là p, và thành phần ứng suất tiếp τ do lực nhớt gây ra (xem (1.1)).

Để thành lập được phương trình vi phân chuyển động, ta tiến hành giống như khi thành lập phương trình Ơle tĩnh (2.3). Trong môi trường chuyển động, ta khảo sát một phân tố hình hộp chất lỏng với vận tốc $\vec{u}$ (hình 4.1). Ở đây, ngoài lực mặt $\vec{P}$, lực khối $\vec{F}$ tác dụng lên khối chất lỏng, còn thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\dfrac{d\vec{u}}{dt}$



Hình 4.1

Theo nguyên lí Đalămbe, ta có điều kiện cân bằng:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{qt} = 0$$

Xét hình chiếu các lực lên trục x (hình 4.1).

Về lực mặt: ứng suất nhân với diện tích dydz:

p_{xx} - ứng suất pháp;

τ_{xy} - ứng suất tiếp:

chỉ số x: τ nằm trong mặt phẳng $\perp$ Ox;

chỉ số y: chiếu τ lên Oy;

tương tự với ứng suất tiếp τ_{xz}

Lực quán tính: $\qquad F_{qt.x} = -\rho dxdydz\dfrac{du}{dt}$

Lực khối: $F_x = \rho dxdydz.X.$

Vậy: $\Sigma_x : F_x + P'_x - P_x + F_{qt,x} = 0$

hay là: $\rho X dxdydz + \left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right) dxdydz - \rho \frac{du}{dt} dxdydz = 0$

Sau khi đơn giản cho dxdydz, ta được:

$$X + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right) = \frac{du}{dt};$$

Tương tự cho trục y và z: $$Y + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}\right) = \frac{dv}{dt}; \qquad (4.1)$$

$$Z + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z}\right) = \frac{dw}{dt};$$

(4.1) là phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng thực dạng ứng suất. Có thể chứng minh:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}\,; \qquad \tau_{xz} = \tau_{zx}\,; \qquad \tau_{zy} = \tau_{yz};$$

2. Phương trình Navie - Stốc

Hai ông Navier (người Pháp) và Stokes (người Anh) đã viết hệ phương trình (4.1) dưới dạng khác, tiện sử dụng, dựa trên các giả thuyết về ứng suất, và phương trình đó được mang tên hai ông.

- Áp suất thủy động p tại một điểm là trung bình cộng của các áp suất pháp tuyến lên ba mặt vuông góc với nhau qua điểm đó:

$$p = -\frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}) \qquad (4.2)$$

Có dấu trừ vì chọn chiều dương là chiều kéo giãn phần tử chất lỏng.

- Ứng suất pháp: lực nhớt đã làm xuất hiện các ứng suất pháp bổ sung σ:

$$p_{xx} = -p + \sigma_{xx}\,;\ \text{với}\ \ \sigma_{xx} = 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \mathrm{div}\vec{u}\,;$$

$$p_{yy} = -p + \sigma_{yy}\,;\ \text{với}\ \ \sigma_{yy} = 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \mathrm{div}\vec{u}\,; \qquad (4.3)$$

$$p_{zz} = -p + \sigma_{zz}\,;\ \text{với}\ \ \sigma_{zz} = 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \mathrm{div}\vec{u}$$

- Ứng suất tiếp:

Theo Newton: ứng suất tiếp gây ra bởi lực nhớt tỉ lệ với các vận tốc biến dạng tương ứng. Trong mặt phẳng ta có (1.1): $\tau = \mu\frac{du}{dy}$

Trong không gian: $\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)$;

$$\tau_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \quad (4.4)$$

$$\tau_{yz} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

Thay các biểu thức (4.2) – (4.4) vào (4.1) và sau một số phép biến đổi phức tạp, ta được phương trình Navie – Stốc:

$$\frac{du}{dt} = X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\Delta u + \frac{1}{3}\nu\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{div}\vec{u}$$

$$\frac{dv}{dt} = Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\Delta v + \frac{1}{3}\nu\frac{\partial}{\partial y}\mathrm{div}\vec{u} \quad (4.5)$$

$$\frac{dw}{dt} = Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\Delta w + \frac{1}{3}\nu\frac{\partial}{\partial z}\mathrm{div}\vec{u}$$

Hay viết dưới dạng véctơ:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\mathrm{grad}p + \nu\Delta\vec{u} + \frac{\nu}{3}\mathrm{grad}(\mathrm{div}\vec{u}) \quad (4.6)$$

Trong đó: Δ - toán tử Laplas: $\nu = \mu/\rho$ độ nhớt động học.

Một số nhận xét:

Đối với chất lỏng không nén được: ρ = const $\rightarrow \mathrm{div}\vec{u} = 0$ nên phương trình (4.6) mất đi số hạng cuối cùng:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\mathrm{grad}p + \nu\Delta\vec{u} \quad (4.7)$$

Như vậy 3 phương trình (4.7) và phương trình liên tục $\mathrm{div}\vec{u} = 0$ đủ để xác định 4 ẩn: u, v, w và p, có nghĩa mô hình toán là kín.

- Khi $\nu = 0$, nghĩa là chất lỏng lí tưởng, ta được:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\mathrm{grad}p \quad (4.8)$$

- Chất lỏng không chuyển động (ở trạng thái tĩnh): $\vec{u} = 0$, hay chuyển động thẳng đều: $\frac{d\vec{u}}{dt} = 0$, nên (4.8) có dạng: $\vec{F} - \frac{1}{\rho}\mathrm{grad}p = 0$.

Đó chính là phương trình Ơle tĩnh (2.4).

§4.2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG LÍ TƯỞNG

1. Dạng Ơle

Đó chính là phương trình (4.8), hay còn gọi là phương trình Ơle động:

$$\vec{F}-\frac{1}{\rho}\text{grad}p=\frac{d\vec{u}}{dt} \qquad (4.8)$$

2. Dạng Lămbơ - Grômêca

Phương trình Ơle động (4.8) biểu diễn chuyển động tổng quát của chất lỏng.

Để thấy rõ hơn những dạng chuyển động riêng biệt như chuyển động tịnh tiến, quay, biến dạng, Lămbơ - Grômêca đã biến đổi về dạng sau đây. Nhắc lại:

$$2\vec{\Omega}=\text{rot}\vec{u}$$

Ta xét phương trình hình chiếu xuống trục ox của (4.8):

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\pm v\frac{\partial v}{\partial x}\pm w\frac{\partial w}{\partial x}$$

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial t}+\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial x}+w\frac{\partial w}{\partial x}\right)+v\left(\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}\right)+w\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)-2\Omega_z v+2w\Omega_y$$

hay là:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)=2(\Omega_y w-\Omega_z v)$$

tương tự:

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)=2(\Omega_z u-\Omega_x w)$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2}\right)=2(\Omega_x v-\Omega_y u)$$

hay viết dưới dạng vectơ:

$$\vec{F}-\text{grad}(P+\frac{u^2}{2})-\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}=2\vec{\Omega}\wedge\vec{u} \qquad (4.9)$$

Đó là phương trình Lămbơ - Grômêca

$P=\int\frac{dp}{\rho}$ - Hàm áp suất: $\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$; $\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$; $\frac{\partial P}{\partial z}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$

Nếu lực khối là hàm có thế, ta đưa vào hàm thế U:

$$X=-\frac{\partial U}{\partial x}\ ;\ Y=-\frac{\partial U}{\partial y}\ ;\ Z=-\frac{\partial U}{\partial z}$$

Khi đó phương trình (4.9) được viết dưới dạng:

$$-\text{grad}(U+P+\frac{u^2}{2})-\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}=2\vec{\Omega}\wedge\vec{u}\ ; \qquad (4.10)$$

§4.3. TÍCH PHÂN PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG LÍ TƯỞNG

1. Tích phân Côsi - Lagrăngiơ

Xét chuyển động thế ($\vec{\Omega} = 0$) và không dừng ($\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$). Khi đó tồn tại hàm thế vận tốc φ: grad$\varphi = \vec{u}$.

Do đó phương trình (4.10) có dạng:

$$\text{grad}\left(U + P + \frac{u^2}{2} + \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) = 0$$

Suy ra biểu thức trong dấu ngoặc không phụ thuộc vào toạ độ mà chỉ phụ thuộc vào thời gian:

$$U + P + \frac{u^2}{2} + \frac{\partial\varphi}{\partial t} = C(t) \tag{4.11}$$

Đó là tích phân Côsi – Lagrăngiơ.

Nếu lực khối chỉ là trọng lực, trục oz hướng lên:

$$X = Y = 0;\ Z = -g;\ -U = -gz$$

Khi đó (4.11) có dạng:

$$gz + P + \frac{u^2}{2} + \frac{\partial\varphi}{\partial t} = C(t)$$

Như vậy có hai ẩn: P, φ nên thêm phương trình liên tục $\text{di}\,v\vec{u} = 0 \rightarrow \Delta\varphi = 0$.

2. Tích phân Bécnuli

Xét chuyển động dừng: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. Khi đó phương trình (4.10) viết dưới dạng hình chiếu có dạng:

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial}{\partial x}\left(U + P + \frac{u^2}{2}\right) &= 2(\Omega_y w - \Omega_z v);\\
-\frac{\partial}{\partial y}\left(U + P + \frac{u^2}{2}\right) &= 2(\Omega_z u - \Omega_x w);\\
-\frac{\partial}{\partial z}\left(U + P + \frac{u^2}{2}\right) &= 2(\Omega_x v - \Omega_y u);
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Nhân phương trình (4.12) lần lượt với dx, dy, dz rồi cộng lại, ta được:

$$d\left(U + P + \frac{u^2}{2}\right) = 2\begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ u & v & w \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \end{vmatrix} \tag{4.13}$$

Phương trình (4.13) dễ dàng tích phân khi vế phải = 0, nghĩa là:

a) $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$: phương trình (4.13) tích phân dọc theo đường dòng, dòng nguyên tố.

b) $\frac{dx}{\Omega_x} = \frac{dy}{\Omega_y} = \frac{dz}{\Omega_z}$: tích phân dọc theo sợi xoáy.

c) $\frac{u}{\Omega_x} = \frac{v}{\Omega_y} = \frac{w}{\Omega_z}$: nghĩa là chuyển động xoắn đinh vít.

d) $\Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = 0$: chuyển động thế

Do đó: $U + P + \frac{u^2}{2} = \text{const}$

Nếu lực khối chỉ là trọng lực: $Z = -\frac{\partial u}{\partial z} = -g$, ta được:

$$gz + \int \frac{dp}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const} = C \tag{4.14}$$

Đó là tích phân Bécnuli.

3. Các dạng phương trình Bécnuli viết cho dòng nguyên tố của chất lỏng lí tưởng, không nén được, lực khối là trọng lực (trục oz hướng lên).

a) Trong chuyển động dừng: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

Từ (4.14) ta được:

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const} = C$$

hay là:
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} \tag{4.15}$$

- Ý nghĩa của phương trình Becnuli (4.15)

Biểu diễn hình học (hình 4.2)

z - độ cao hình học;

$\frac{p}{\gamma}$ - độ cao đo áp;

$\frac{u^2}{2g}$ - độ cao vận tốc.

- Ý nghĩa năng lượng:

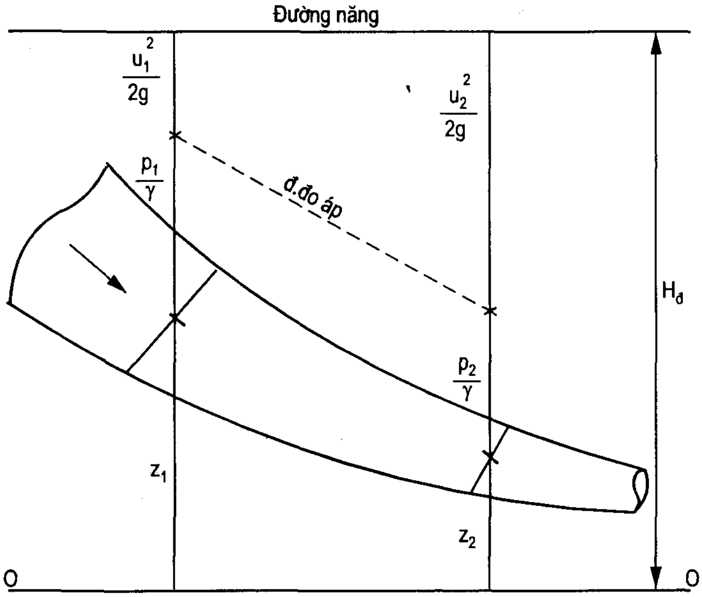
$z+\dfrac{p}{\gamma}$ - thế năng đơn vị - đường đo áp;

$\dfrac{u^2}{2g}$ - động năng đơn vị

$z+\dfrac{p}{\gamma}+\dfrac{u^2}{2g}=H_d$ - cột áp động - đường năng.

$z+\dfrac{p}{\gamma}+\dfrac{u^2}{2g}=e=\text{const}$ - năng lượng đơn vị.

Nghĩa là, năng lượng đơn vị tại các mặt cắt dọc theo dòng nguyên tố của chất lỏng lí tưởng không nén được trong chuyển động dừng là không đổi.



Hình 4.2

Có thể thành lập phương trình (4.15) một cách khác.

Viết phương trình Ơle động (4.8) dưới dạng hình chiếu $\vec{u}(u, v, w)$:

$$\frac{du}{dt}=X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$
$$\frac{dv}{dt}=Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$
$$\frac{dw}{dt}=Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

Nhân các phương trình trên lần lượt với dx, dy, dz và sử dụng các điều kiện đã nêu rồi cộng lại, ta được:

$$du\frac{dx}{dt}+dv\frac{dy}{dt}+dw\frac{dz}{dt}=-gdz-\frac{1}{\rho}dp$$

Biến đổi vế trái với lưu ý: $\dfrac{dx}{dt}=u$; $\dfrac{dy}{dt}=v$; $\dfrac{dz}{dt}=w$

và $u^2 = u^2 + v^2 + w^2$, ta được:

$$gdz+\frac{1}{\rho}dp+d\frac{u^2}{2}=0$$

hay là: $$dz+\frac{1}{\gamma}dp+d\frac{u^2}{2g}=0$$

Tích phân lên với lưu ý $\gamma = const$, ta được (4.15):

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = const = C$$

b) Trong chuyển động không dừng $\left(\frac{\partial}{\partial t} \neq 0\right)$

Từ phương trình (4.10) với $\Omega = 0$, suy ra:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} + \frac{1}{g}\int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} dl = const$$

l - khoảng cách dọc theo đường dòng từ mặt cắt đầu.

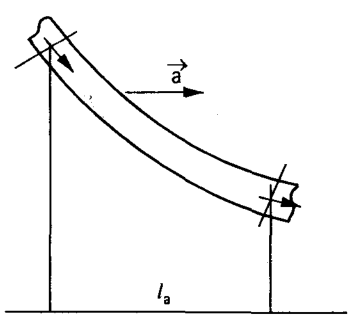
$$\frac{1}{g}\int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} dl = h_{qt}$$ - cột áp quán tính

Cho dòng nguyên tố:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{qt} \tag{4.16}$$

c) Trong chuyển động tương đối: có dạng giống (4.16):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_{1r}^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_{2r}^2}{2g} + h_{qt}$$



Hình 4.3a

Nhưng u_r – vận tốc tương đối.

Còn h_{qt} được tính như sau:

- Ống chất lỏng chuyển động với gia tốc không đổi $\vec{a}$ (hình 4.3a).

$$h_{qt} = \frac{a}{g} l_a$$

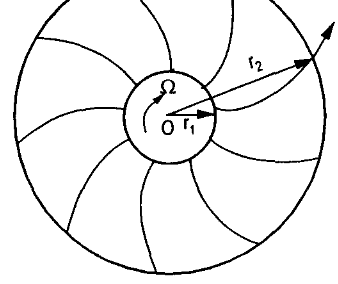
- Rãnh mang chất lỏng quay với vận tốc góc $\Omega = const$ (hình 4.3b):

$$h_{qt} = \frac{\Omega^2}{2g}(r_1^2 - r_2^2)$$

§4.4. PHƯƠNG TRÌNH BÉCNULI ĐỐI VỚI CHẤT LỎNG THỰC

1. Viết cho dòng nguyên tố

Đối với chất lỏng lí tưởng, trong những điều kiện nhất định, ta có phương trình Bécnuli viết cho hai mặt cắt của dòng nguyên tố (4.15):



Hình 4.3b

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$

Nhưng đối với chất lỏng thực, do tính nhớt nên khi chất lỏng chuyển động, nó gây ra những lực ma sát trong làm cản trở chuyển động. Một phần năng lượng của chất lỏng bị tiêu hao để khắc phục những lực ma sát đó, nghĩa là có sự tổn thất năng lượng h'_{w1-2} của dòng chảy dọc theo dòng chảy, nên:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \neq \text{const},$$

suy ra:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w1-2} \tag{4.17}$$

Đó là phương trình Bécnuli viết cho dòng nguyên tố của chất lỏng thực.

Ta có thể nhận được phương trình (4.17) một cách chặt chẽ có nghĩa là tích phân từ phương trình Navie-Stốc (4.7) với các điều kiện:

$$\rho = \text{const}; \quad \frac{\partial}{\partial t} = 0\ ; \quad X = Y = 0\ ; \quad Z = -g$$

Kí hiệu: $-\vec{R}_{ms} = \nu\Delta\vec{u}$ - Hàm lực ma sát, đặc trưng cho lực nhớt. Gọi L là công ma sát gây ra do một đơn vị khối lượng chất lỏng chuyển động:

$$-R_x = -\frac{\partial L}{\partial x}; -R_y = -\frac{\partial L}{\partial y}; -R_z = -\frac{\partial L}{\partial z}$$

Với những điều kiện trên, phương trình (4.7) viết dưới dạng hình chiếu:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial x} \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial L}{\partial y} \\ \frac{dw}{dt} &= -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial L}{\partial z} \end{aligned} \tag{4.18}$$

Nhân lần lượt các phương trình (4.18) với dx, dy, dz rồi cộng lại theo cột ta được:

$$udu + vdv + wdw = -gdz - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{dz}dz\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x}dx + \frac{\partial L}{\partial y}dy + \frac{\partial L}{\partial z}dz\right)$$

$$d\frac{u^2}{2} = -gdz - \frac{1}{\rho}dp - dL$$

$$d\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) + \frac{dL}{g} = 0 \rightarrow z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} + \frac{L}{g} = C$$

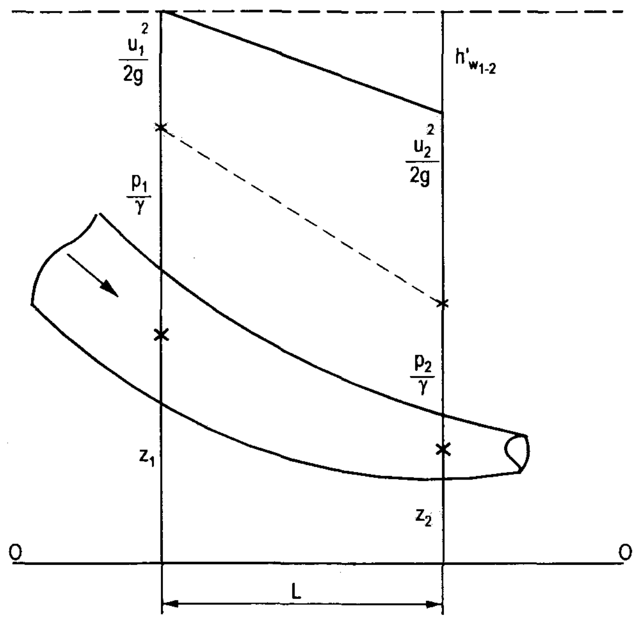
hay là:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w1-2} \tag{4.17}$$

Với $h'_{w1-2} = \frac{L}{g}$ là tổn thất năng lượng của một đơn vị trọng lượng chất lỏng di chuyển từ mặt cắt 1-1 đến mặt cắt 2-2 (có thứ nguyên độ dài).

2. Ý nghĩa của phương trình Bécnuli (4.17)

Biểu diễn trên hình 4.4.



Hình 4.4

Đường năng luôn luôn dốc xuống vì có tổn thất năng lượng. Để xác định độ dốc của đường năng, ta đưa vào khái niệm độ dốc thuỷ lực J: là tỉ số giữa tổn thất năng lượng đơn vị trên đơn vị dài:

$$J = \frac{dh'_w}{dL} \rightarrow J_{tb} = \frac{h'_w}{L}$$

3. Phương trình Bécnuli cho toàn dòng

Ta phải tính năng lượng toàn dòng chảy tại các mặt cắt 1-1; 2-2; Cách làm như sau: viết phương trình Bécnuli (4.17) cho dG trọng lượng, sau đó tích phân trên toàn mặt cắt, nghĩa là nhân phương trình (4.17) với $dG = \gamma dQ$, rồi tích phân:

$$\int_{\omega_1}(z_1 + \frac{p_1}{\gamma})\gamma dQ + \int_{\omega_1}\frac{u_1^2}{2g}\gamma dQ = \int_{\omega_2}(z_2 + \frac{p_2}{\gamma})\gamma dQ + \int_{\omega_2}\frac{u_2^2}{2g}\gamma dQ + \int_{\omega_2} h'_{w1-2}\gamma dQ$$

Như vậy ta lần lượt xét ba loại tích phân.

- Tại các mặt cắt, áp suất phân bố theo quy luật thuỷ tĩnh (2.6) vì coi chất lỏng tại đó chuyển động gần như đều: $z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}$, nên:

$$\int (z + \frac{p}{\gamma})\gamma dQ = (z + \frac{p}{\gamma})\gamma Q$$

- Động năng trung bình: $T_{tb} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2g}\gamma Q v^2$

- Động năng tính toán: $T_{tt} = \int \frac{u^2}{2g}\gamma dQ = \alpha T_{tb}$

α là hệ số hiệu chỉnh động năng: $\alpha = \frac{T_{tt}}{T_{tb}} = \frac{\int u^2 dQ}{v^2 Q}$

giá trị của nó phụ thuộc vào chế độ chảy, như:

$\alpha = 2$: chảy tầng

$\alpha = 1$: chảy rối

Vậy phương trình Bécnuli cho toàn dòng:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}}$$

Trong đó: v_1, v_2 - vận tốc trung bình tại mặt cắt: $v = Q/\omega$

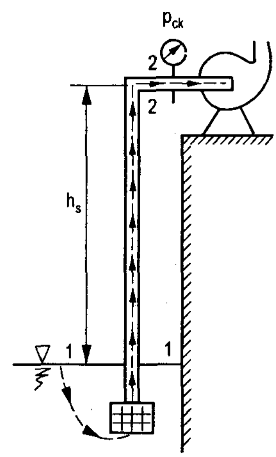
$h_{w1-2} = \frac{1}{Q}\int_{\omega_2} h'_{w1-2}dQ$ - tổn thất năng lượng trung bình dọc theo dòng chảy.

§4.5. ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH BÉCNULI

1. Xác định độ cao đặt bơm

Có một bơm li tâm (hình 4.5). Cho biết lưu lượng Q, p_{ck}, đường kính d. Tính h_s.

Tưởng tượng có dòng chảy như hình vẽ. Chọn mặt cắt 1-1 (trừ ống) và 2-2, mặt chuẩn trùng với mặt thoáng. Viết phương trình Bécnuli (4.15):



Hình 4.5

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = h_s + \frac{p_a - p_{ck}}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\rightarrow h_s = \frac{p_{ck}}{\gamma} - \frac{u_2^2}{2g}$$

Với: $$u_2 = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

Trong trường hợp có tổn thất h_{w1-2} độ cao đặt bơm sẽ thấp hơn:

$$h_s = \frac{p_{ck}}{\gamma} - \frac{u_2^2}{2g} - h_{w1-2}$$

2. Dòng chảy qua vòi

Cho H, d - đường kính của vòi. Tính u, Q.

Xét vòi nhỏ, bình lớn (hình 4.6).

Chọn các mặt cắt như hình vẽ. Áp dụng phương trình (4.15) ta được:

$$H + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{u_2^2}{2g} \rightarrow u_2 = u = \sqrt{2gH}$$

Đó chính là công thức Torixeli

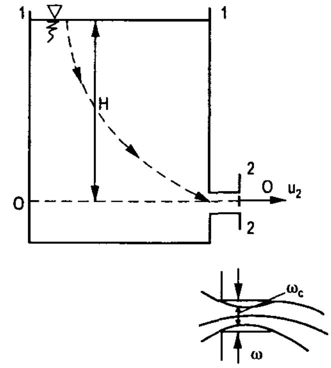
Lưu lượng $\qquad Q = u.\omega \quad ; \quad \omega = \frac{\pi d^2}{4}$

Trong thực tế, khi dòng chảy qua vòi có tổn thất do hình dạng của vòi, nên $u = \varphi\sqrt{2gH}$ với $\varphi < 1$, gọi là hệ số vận tốc. Còn lưu lượng qua vòi, tiết diện bị thu hẹp (hình 4.6): $\omega_c = \varepsilon\omega : \varepsilon < 1$ - hệ số co hẹp. Nên:

$$Q = u\omega_c = \omega.\varepsilon.\varphi\sqrt{2gH} = \mu.\omega.\sqrt{2gH}$$

$\varepsilon\varphi \equiv \mu < 1$ - hệ số lưu lượng.

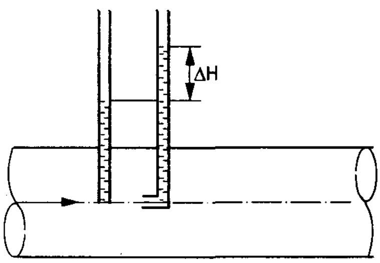
Các hệ số $\varphi, \varepsilon, \mu$ được lập thành bảng và được nghiên cứu kĩ trong thuỷ lực - chương dòng chảy qua lỗ, vòi.



Hình 4.6

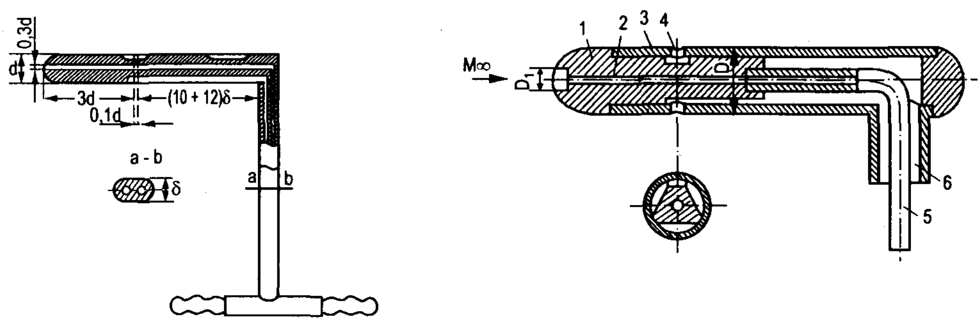
3. Dụng cụ đo vận tốc, ống Pitô - Prandtl

Đo vận tốc của một điểm trong dòng chảy. Cắm ống đo áp và ống Pitô hình chữ L vào dòng chảy như hình 4.7. Ống đo áp cho $(z+\frac{p}{\gamma})$ còn độ chênh $\Delta H = \frac{u^2}{2g}$. Suy ra $u = \sqrt{2g\Delta H}$.



Hình 4.7

Kết hợp hai ống này được ống Pitô-Prandtl (hình 4.7a).



Hình 4.7a

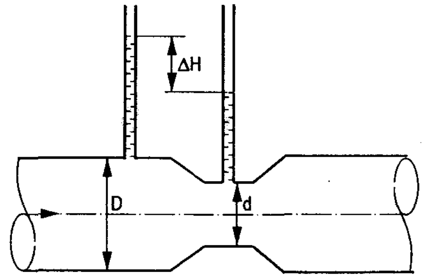
4. Lưu lượng kế Venturi

Cho D, d, ΔH. Tính Q (hình 4.8).

Từ (4.15): $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$

Suy ra: $\Delta H = \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$

$$u_1 = \frac{4Q}{\pi D^2}\ ;\ u_2 = \frac{4Q}{\pi d^2}\ ;$$



Hình 4.8

$$\rightarrow 2g\Delta H = \frac{16Q^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4}\right)$$

$$\rightarrow Q = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{2g\Delta H}{\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4}}} \equiv K\sqrt{\Delta H}$$

Đối với chất lỏng thực sẽ có tổn thất $h_{w1-2} = \zeta\frac{u_1^2}{2g}$, ζ là hệ số tổn thất cục bộ.

Khi đó:

$$Q = K_1\sqrt{\Delta H} \quad \text{với} \quad K_1 = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{2g}{\frac{\alpha_2}{d^4} - \frac{\alpha_1}{D^4} + \frac{\zeta}{D^4}}}$$

Tóm lại, các bước áp dụng phương trình Bécnuli như sau:

1. Chọn các mặt cắt thứ tự 1-2 dọc theo dòng chảy (mặt cắt $\perp \vec{u}$). Tại các mặt cắt chất lỏng chuyển động đều. Số ẩn tại mặt cắt nhỏ hơn 2, nếu bằng 2 phải viết thêm phương trình lưu lượng: $Q = \omega v$.

2. Lưu lượng qua các mặt cắt không đổi: $Q = \omega v = \text{const}$.

3. Mặt chuẩn chọn tuỳ ý, nhưng tiện cho tính toán.

4. Áp suất có thể là tuyệt đối, dư, nhưng phải thống nhất cho 2 vế. Nếu lấy áp suất dư thì tại mặt cắt nào đó có áp suất chân không phải đổi dấu.

§4.6. CÁC ĐỊNH LÍ ƠLE

Một số bài toán không thể giải được bằng phương trình Bécnuli thường phải dùng đến định lí Ơle.

1. Định lí Ơle 1. Hay là phương trình động lượng

Ứng dụng định lí biến thiên động lượng của cơ lí thuyết vào chất lỏng: $\frac{d}{dt}(m\vec{u}) = \sum\vec{F}_e$;

$\vec{F}_e$ là ngoại lực, như vậy không phải xét đến nội lực của chất lỏng (lực nhớt).

Xét dòng nguyên tố (hình 4.9). Lực tác dụng lên khối chất lỏng: gọi $\vec{R}_m$ là tổng lực khối. $\vec{R}_s$ là tổng lực mặt.

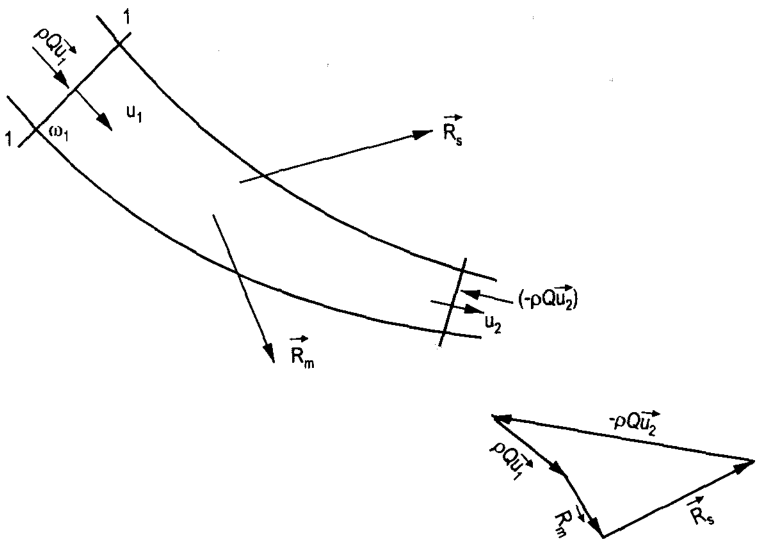
Theo định lí biến thiên động lượng:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{u}) = \vec{R}_s + \vec{R}_m$$

Ta tính: $m = \rho\omega u dt$

$$d(m\vec{u}) = (m\vec{u})_2 - (m\vec{u})_1 = \rho\omega_2 u_2\vec{u}_2 dt - \rho\omega_1 u_1\vec{u}_1 dt = \rho Q(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)dt$$

vì $u_1\omega_1 = u_2\omega_2 = Q$



Hình 4.9

Vậy: $$\vec{R}_s + \vec{R}_m + \rho Q\vec{u}_1 + (-\rho Q\vec{u}_2) = 0 \qquad (4.20)$$

Đó là nội dung định lí Ơle 1.

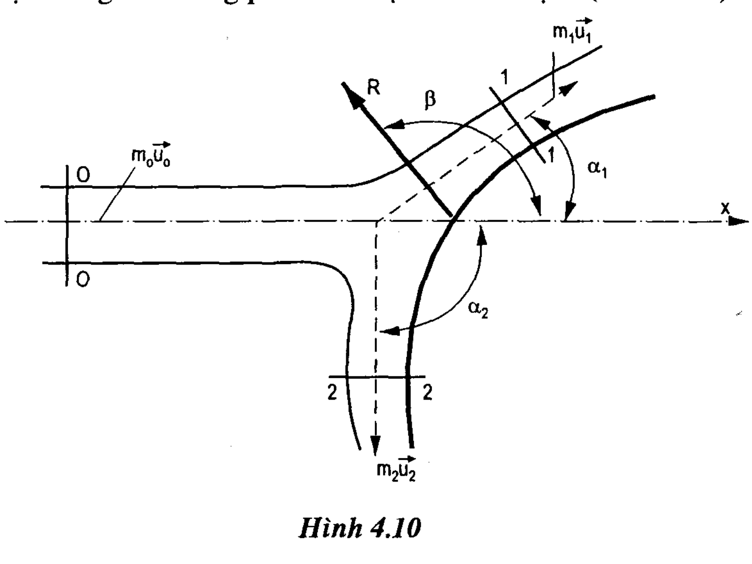
Ứng dụng phương trình động lượng:

Phương trình động lượng ứng dụng rộng rãi trong thuỷ khí động lực và lí thuyết máy thuỷ khí, chẳng hạn:

- Tính lực đẩy của động cơ phản lực hoặc của một tên lửa.
- Tính lực tác dụng lên các cánh tuabin, cánh quạt, bơm v.v...
- Nghiên cứu hiện tượng va đập thuỷ lực trong đường ống dẫn có áp.

Dưới đây chúng ta dẫn ra một trường hợp vận dụng phương trình động lượng vào việc xác định tác dụng động lực của một luồng chất lỏng lên vật chắn.

Giả thiết có một luồng chất lỏng phun vào vật chắn cố định (hình 4.10).



Hình 4.10

Khi gặp vật chắn thì luồng phân thành hai nhánh trượt dọc theo vật chắn. Luồng tác dụng lên vật chắn một lực $\vec{P}$. Theo nguyên lí tác dụng và phản tác dụng, luồng chịu một phản lực $\vec{R}$ của vật chắn. Về giá trị hai lực đó bằng nhau và có chiều ngược nhau. Để tìm lực $\vec{P}$ ta áp dụng phương trình động lượng cho khối chất lỏng giữa các mặt cắt 0-0, 1-1 và 2-2, chiếu nó lên phương x ta có:

$$m_1u_1\cos\alpha_1 + m_2u_2\cos\alpha_2 - m_ou_o = R\cos\beta$$

trong đó: m_0, m_1, m_2 - khối lượng chất lỏng đi qua các tiết diện 0-0, 1-1 và 2-2, tương ứng trong một đơn vị thời gian.

Từ phương trình trên ta rút ra:

$$R = \frac{m_1u_1\cos\alpha_1 + m_2u_2\cos\alpha_2 - m_ou_o}{\cos\beta}$$

Hay là:

$$R = \frac{\rho Q_1u_1\cos\alpha_1 + \rho Q_2u_2\cos\alpha_2 - \rho Qu_o}{\cos\beta} \qquad (4.21)$$

trong đó: $Q = Q_1 + Q_2$.

Ta tiến hành xét cụ thể cho một số trường hợp:

a) Vật chắn là một mặt phẳng đặt vuông góc với luồng (hình 4.11).

Trường hợp này ta có:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 90^o$$

$$\beta = 180^o$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2}Q$$

$$u_1 = u_2$$

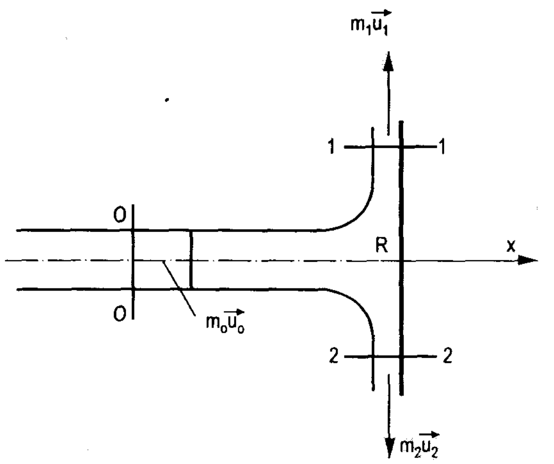
Thay các giá trị trên vào biểu thức (4.21) ta có:

$$R = P = \rho Qu_o \qquad (4.22)$$

Qua thực nghiệm thấy rằng trị số lực P nhỏ hơn trị số tính theo công thức lí thuyết, cụ thể là:

$$P = k\rho Qu_o \qquad (4.23)$$

trong đó: $k = 0{,}92 \div 0{,}95$



Hình 4.11

b) Vật chắn là một mặt cong đối xứng (hình 4.12)

Trong trường hợp này:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

$$\beta = 180^o$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2}Q$$

$$u_1 = u_2 = u_o$$

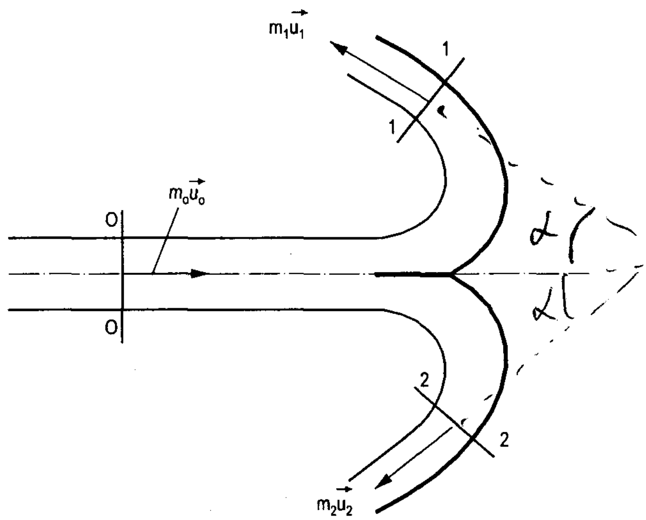
Sau khi thay các giá trị trên vào biểu thức (4.21) ta có:

$$P = \rho Q u_o(\cos\alpha - 1) \qquad (4.24)$$

c) Vật chắn là một mặt phẳng đặt vuông góc với luồng nhưng chuyển động theo chiều dòng luồng với vận tốc v (hình 4.13).

Trong trường hợp này có sự chuyển động tương đối của luồng đối với vật chắn với vận tốc tương đối là:

$$w = u_o - v$$



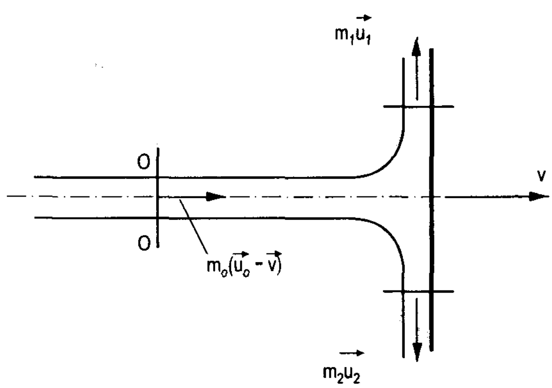
Hình 4.12

Ta vẫn có thể áp dụng công thức (4.22) để tính lực tác dụng của luồng lên vật chắn nhưng phải thay vận tốc tuyệt đối u_o bằng vận tốc tương đối w.

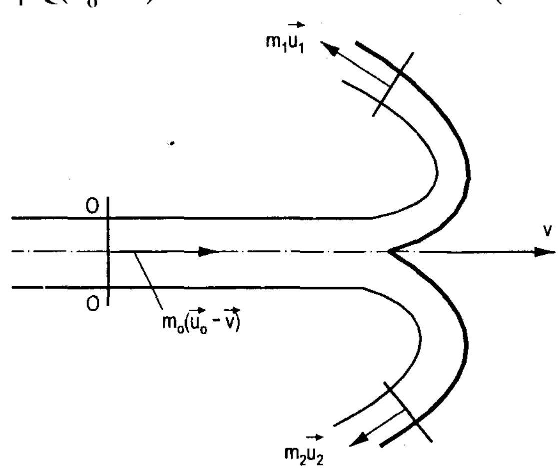
Ta có: $$P = \rho Q(u_o - v) \qquad (4.25)$$

Công suất của luồng cung cấp cho vật chắn di động sẽ là:

$$N = Pv = \rho Q(u_o - v)v \qquad (4.26)$$



Hình 4.13



Hình 4.14

Công suất cực đại mà luồng có thể cung cấp cho vật chắn di động sẽ có khi:

$$\frac{dN}{dv} = \rho Q(u_o - 2v) = 0$$

Rút ra: $$v = \frac{u_o}{2}$$

Do đó: $$N_{max} = \rho Q\frac{u_o^2}{4} = \frac{1}{2}\gamma Q\frac{u_o^2}{2g} \qquad (4.27)$$

Công suất vốn có của bản thân luồng là:

$$N_1 = \gamma Q \frac{u_o^2}{2g} \tag{4.28}$$

So sánh (4.27) và (4.28) ta nhận thấy rằng khi vật chắn là một mặt phẳng đặt thẳng góc với luồng và di động theo chiều dòng luồng, ta chỉ lợi dụng được nhiều nhất là nửa công suất vốn có của bản thân luồng.

d) Trường hợp vật chắn là một mặt cong đối xứng di động theo chiều dòng luồng với vận tốc v (hình 4.14)

Cũng giống như trường hợp c) ở trên, luồng chuyển động tương đối so với vật chắn với vận tốc tương đối $w = u_0 - v$. Áp dụng công thức (4.24) để tính lực tác dụng của luồng lên vật chắn, nhưng cần chú ý thay vận tốc tuyệt đối u_0 bằng vận tốc tương đối $w = u_0 - v$.

Khi đó ta có:

$$P = \rho Q(u_o - v)(\cos\alpha - 1) \tag{4.29}$$

trường hợp đặc biệt khi $\alpha = 180^o$, lúc đó ta có:

$$P = 2\rho Q(u_o - v) \tag{4.30}$$

Công suất của luồng cung cấp cho vật chắn:

$$N = Pv = 2\rho Q(u_o - v)v$$

Công suất đó sẽ lớn nhất khi:

$$\frac{dN}{dv} = 2\rho Q(u_o - 2v) = 0$$

Rút ra: $$v = \frac{u_o}{2}$$

Do đó: $$N_{max} = 2\rho Q\frac{u_o^2}{4} = \gamma Q\frac{u_o^2}{2g} \tag{4.31}$$

So sánh (4.31) và (4.28) ta rút ra kết luận:

Khi vật chắn là một mặt cong đối xứng di động theo chiều dòng luồng thì công suất của luồng có thể được sử dụng toàn bộ. Hình dạng của cánh tuabin xung kích "kiểu gáo" ngày nay chính là xuất phát từ kết luận đó.

2. Định lí Ơle 2. Hay là phương trình mô men động lượng

$$\frac{d\vec{L}_o}{dt} = \sum \vec{M}_o$$

Xét khối chất lỏng chuyển động trong rãnh bánh công tác (của tuabin chẳng hạn) (hình 4.15).

Gọi M_0 - mômen ngoại lực.

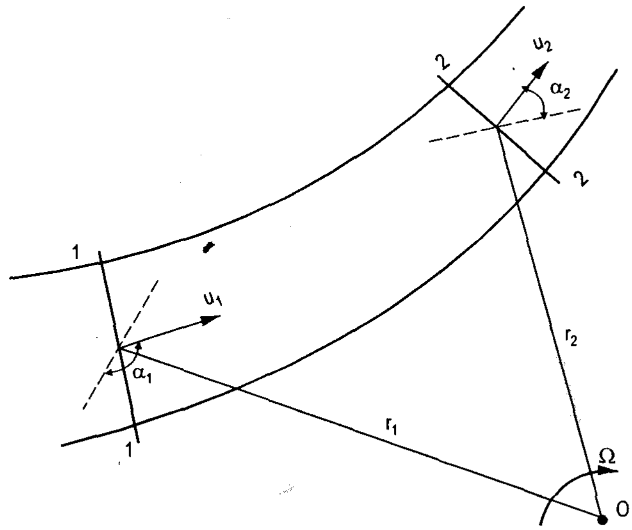
- M_o là mô men tác dụng của dòng chảy lên thành rãnh - mômen làm quay bánh công tác của tuabin.

$$d\vec{L}_o = (m\vec{u}r)_2 - (m\vec{u}r)_1$$

$$dL_o = \rho\omega_2 u_2 dt.u_2.r_2\cos\alpha_2 -$$
$$-\rho\omega_1 u_1 dt.u_2.r_1\cos\alpha_1$$
$$= \rho Q(u_2 r_2\cos\alpha_2 - u_1 r_1\cos\alpha_1)dt$$

Vậy mô men làm quay bánh công tác của tuabin, gây ra do tác dụng của dòng chất lỏng có lưu lượng Q:

$$M_o = \rho Q(-u_2 r_2\cos\alpha_2 - u_1 r_1\cos\alpha_1) \quad (4.32)$$



Hình 4.15

Tua bin quay với vận tốc góc Ω thì công suất của nó là: $N = M_o\Omega$

Trong thực tế: $N = \eta M_o\Omega$

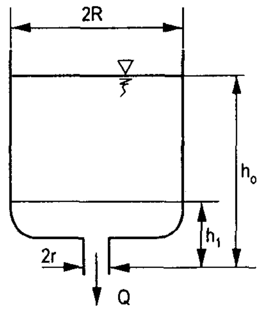
$\eta < 1$ - hiệu suất chung của tuabin.

Vậy: $N = \eta\rho Q\Omega(u_1 r_1\cos\alpha_1 - u_2 r_2\cos\alpha_2)$

Với lưu ý: $r\Omega = v_e$ vận tốc theo.

§4.7. THÍ DỤ

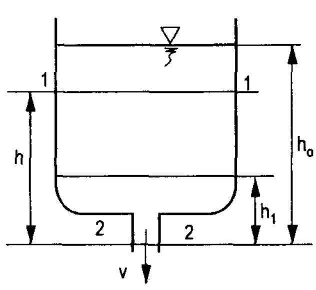
Bài 4.1. Máy đo nhớt Engler bao gồm một bình trụ tròn bán kính R = 5,3cm và một ống nhỏ giọt ở dưới đáy với bán kính r = 0,145cm, chiều dài l = 2cm. Độ sâu chất lỏng trong bình lúc ống nhỏ giọt bắt đầu chảy là h_o = 5,2cm.



Hình bài 4.1

1. Tìm mối quan hệ giữa thời gian tháo chất lỏng t với độ nhớt động học ν của nó. Bỏ qua ma sát và gia tốc của chất lỏng khi máy làm việc.

2. Cho chất lỏng là nước, $\nu = 0{,}01 cm^2/s$. Tìm thời gian tháo nước từ độ sâu h_o xuống độ sâu h_1 = 2,93cm.



Hình bài 4.1a

Bài giải:

1.a) Thành lập phương trình:

Phương trình cân bằng của dòng chảy trong hệ thống bình và ống nhỏ giọt là:

$$\pi R^2 dh = -\pi r^2 v dt \quad (1)$$

Sau thời gian t mực chất lỏng trong bình ở độ sâu h. Viết phương trình Bécnuli cho 2 mặt cắt 1-1 và 2-2, ta có:

$$h = \frac{\alpha v^2}{2g} + h_d = \frac{\alpha v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \tag{2}$$

Dòng chảy trong ống nhỏ giọt là dòng chảy tầng, nên:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{32\nu}{rv}$$

Giả thiết lấy $\alpha = 1$ phương trình (2) có dạng:

$$v^2 + \frac{16\nu l}{r^2}v - 2gh = 0 \tag{3}$$

Giải (3) sẽ tìm được biểu thức:

$$v = \frac{8\nu l}{r^2}\left(\sqrt{1+kh} - 1\right) \tag{4}$$

với: $$k = \frac{gr^4}{32\nu^2 l^2}$$

Thay (4) vào (1) ta có phương trình:

$$-\frac{k^2}{8\nu l}\frac{dh}{\sqrt{1+kh}-1} = dt \tag{5}$$

1.b) Tìm quan hệ t ~ v

Giải phương trình (5) với điều kiện: khi t = 0, $h = h_0$, r = R sẽ tìm được quan hệ giữa t và v như sau:

$$t = \frac{8\nu l R^2}{gr^4}\left[\sqrt{1+kh_o} - \sqrt{1+kh} + \ln\left(\frac{\sqrt{1+kh_o}-1}{\sqrt{1+kh}-1}\right)\right] \tag{6}$$

2. Thời gian tháo nước từ h_o đến h_1 là:

$$T = \frac{8\nu l R^2}{gr^4}\left[\sqrt{1+kh_o} - \sqrt{1+kh_1} + \ln\left(\frac{\sqrt{1+kh_o}-1}{\sqrt{1+kh_1}-1}\right)\right]$$

với nước, $\nu = 0{,}01 cm^2/s$, T = 37,30s.

Bài 4.2.

Một vòi phun nước theo phương thẳng đứng xuống sàn nằm ngang và nước được toé ra khi gặp mặt phẳng nằm ngang như hình bài 4.2.

Giả thiết cho biết trọng lượng riêng γ của nước, chỉ số áp suất p_o trong áp kế, các kích thước H, h, D và d, bỏ qua tổn thất.

1. Yêu cầu lập các biểu thức xác định:

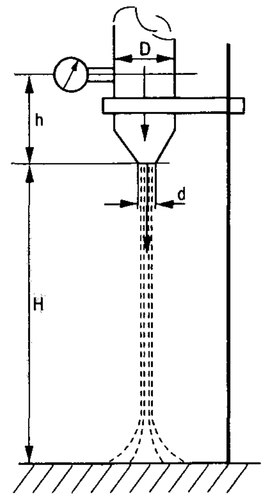
a- Vận tốc và lưu lượng ra khỏi miệng vòi (v_1, Q).

b- Trị số và chiều của lực giữ vòi phun theo phương thẳng đứng F (khi không kể trọng lượng bản thân).

c- Xung lực của vòi phun lên sàn (R).

2. Tính các đại lượng v_1, Q, F, R theo các số liệu sau:

H = 2m, h = 0,1m, D = 4cm, d = 1cm, p_o = 2at (1 at bằng 10 mét cột nước), $\gamma = 1000kG/m^3$, $g \approx 10m/s^2$.



Hình bài 4.2

Bài giải:

1. Lập biểu thức xác định các đại lượng:

a) Vận tốc và lưu lượng ra khỏi miệng vòi

Dùng phương trình Becnuli cho hai mặt cắt O-O và 1-1 và mặt chuẩn đi qua 1-1, ta được:

+ Đối với vận tốc ra:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g\left(h + \frac{p_o}{\gamma}\right)}{\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]}} ;$$

+ Đối với lưu lượng:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} v_1 \ ; v_o = \frac{v_1}{16}$$

b) Trị số và chiều của lực F giữ vòi phun phun theo chiều thẳng đứng:

$$F = \frac{\gamma}{g} Q(v_1 - v_o) - G_n - p_o \frac{\pi D^2}{4}$$

trong đó: G_n - trọng lượng khối nước trong đoạn vòi từ O-O đến 1-1.

c) Xác định xung lực R của vòi lên sàn:

$$R = \frac{\gamma}{g} Q v_2 = \frac{\gamma}{g}\frac{\pi d^2}{4} v_1 \sqrt{\left(v_1^2 + 2gH\right)}$$

2. Tính bằng số:

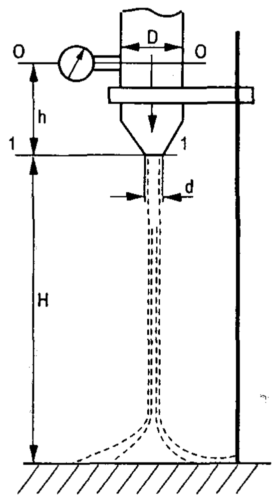
$$v_1 = \sqrt{\frac{2.10(0,1+20)}{\left[1 - \left(\frac{0,01}{0,04}\right)^2\right]}} = \sqrt{426} \approx 20,64\,m/s \ ; \ v_o = 1,29 m/s;$$

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} v_1 = \frac{3,14(0,01)^2}{4} \cdot 20,64 = 0,00162 m^3/s;$$

$$F = \frac{1000}{10} 0,00162(20,64 - 1,29) - \frac{20000.3,14.(0,04)^2}{4} = -22\,kG$$

(xem $G_n \approx 0$)

$$R = \frac{1000}{10} \cdot 0,00162\sqrt{426 + 2.10.2} = 3,5\,\text{kG}$$



Hình bài 4.2a

Bài 4.3.

Hai bể chứa nước lớn A và B được nối với nhau bằng một đường ống dài có đường kính d = 50mm (môđun lưu lượng K = 8,313 *l/s)* và chiều dài *l* = 50m. Tại giữa đoạn AB có một lỗ tháo nước. Lưu lượng tháo qua lỗ tính theo công thức.

$$Q_1 = M\sqrt{h}\,(M = 0,0015\,m^{5/2}/s)$$

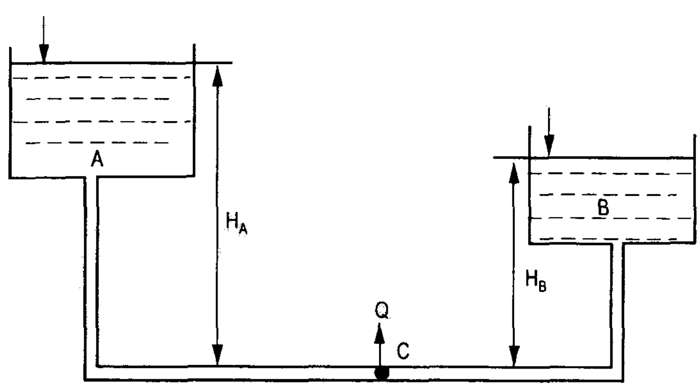
và h là cột nước áp suất tại lỗ.

1- Khi đóng lỗ, tính lưu lượng chảy trong đường ống AB.

2- Khi mở lỗ, nước trong đoạn ống CB chảy theo chiều nào?

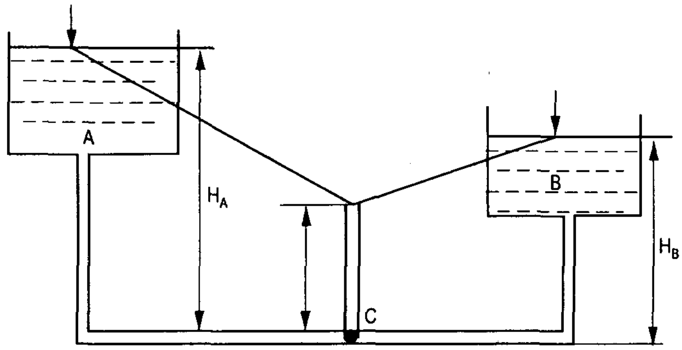
3- Tính lưu lượng chảy qua lỗ và cột nước h của nước trong trường hợp thứ 2.

Cho biết cột nước ở A là H_A = 10m, ở B là H_B = 8m.



Hình bài 4.3

Bài giải:



Hình bài 4.3a

1. Tính lưu lượng chảy trong đường ống AB

Khi đóng lỗ C nước chảy từ bể A sang bể B với lưu lượng:

$$Q = K\sqrt{J} = 8,313\sqrt{\frac{2}{50}} = 1,66l/s$$

2. Xác định chiều chảy trong CB khi mở lỗ

Giả sử cột nước tại C là h = H_B = 8m. Lưu lượng qua lỗ:

$$Q_{lỗ} = M\sqrt{h} = 0,0015\sqrt{8} = 4,24l/s$$

Lại giả thiết rằng lưu lượng trong đoạn BC là $Q_{BC} = 0$, do đó lưu lượng chảy trong đoạn AC là:

$$Q_{AC} = K\sqrt{J} = 8,313\sqrt{\frac{2}{25}} = 2,35l/s$$

Như vậy $Q_{lỗ} > Q_{AC}$, do đó nước sẽ chảy từ B đến C.

3. Tính lưu lượng qua lỗ và cột nước cho trường hợp (2).

Vì nước chảy từ bể A và bể B đến C nên:

$$Q_{lỗ} = Q_{AC} + Q_{BC} \qquad (1)$$

hay:

$$M\sqrt{h} = K\sqrt{\frac{10-h}{25}} + K\sqrt{\frac{8-h}{25}}$$

$$\frac{5M}{K}\sqrt{h} = \sqrt{10-h} + \sqrt{8-h} \qquad (2)$$

$$\frac{M}{K} = 0,1845m^{-\frac{1}{2}}$$

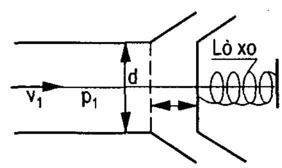
Giải phương trình (2) ta được:

$$H = 7,34m$$

$$Q_{AC} = 2,71l/s \; ; \; Q_{BC} = 1,35l/s \text{ và } Q_l = 4,06l/s$$

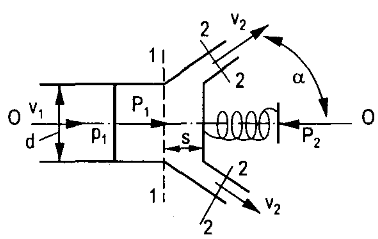
Bài 4.4. Một van an toàn có đường kính d = 25mm cho tháo lưu lượng dầu Q = 10*l*/s dưới áp suất dư p = 32at, khi đó độ mở cửa van s = 5mm (hình bài 4.4). Bỏ qua tổn thất cột nước ở khe van. Yêu cầu:

1. Xác định phương chảy ra của dòng tia sau khe van (góc α). Cho biết áp suất lúc ban đầu để mở van là p_o = 25at, độ cứng của lò xo c = 20 N/mm, khối lượng riêng của dầu $\rho = 920$ kg/m^3.



Hình bài 4.4

2. Khi thay dầu bằng nước có $\rho = 1000$ kg/m^3 thì tia của dòng phun lệch bao nhiêu độ so với phương nằm ngang.



Hình bài 4.4a

Bài giải:

1.* Khi chưa mở nắp van an toàn, lực căng của lò xo là:

$$P_2 = p_o \frac{\pi d^2}{4}$$

Sau khi mở van an toàn, lực căng của lò xo sẽ là:

$$P_2 = p_o \frac{\pi d^2}{4} + c.s$$

Áp lực của dầu ở mặt cắt 1-1, cửa ra của dòng tia là:

$$P_1 = p_1 \frac{\pi d^2}{4}$$

* Viết phương trình động lượng cho khối chất lỏng giữa hai mặt cắt 1-1 và 2-2 và chiếu lên phương nằm ngang, ta có:

$$P_1 - P_2 = \rho(Qv_2 \cos\alpha - Qv_1) \quad (1)$$

Theo đầu bài, lực tác dụng lên khối chất lỏng chiếu lên phương nằm ngang chỉ còn lại các lực P_1 và P_2.

$$p_1 = 32 \text{ at} \Rightarrow P_1 = 1540{,}995 \text{ N} ; P_2 = 1303{,}87\text{N}.$$

* Viết phương trình Becnuli cho đoạn dòng tia giữa hai mặt cắt 1-1 và 2-2, lấy mặt O-O đi qua tâm ống làm chuẩn, ta có:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g}$$

do đó, vận tốc v_2 sẽ là:

$$v_2 = \sqrt{2g\frac{p_1}{\gamma} + v_1^2} \quad (2)$$

Vậy vận tốc:

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d^2} = 20{,}37 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 85{,}08 m/s$$

Thay (2) vào (1) sẽ tìm được:

$$\cos\alpha = \frac{P_1 - P_2}{\rho Q v_2} + \frac{v_1}{v_2} \qquad (3)$$

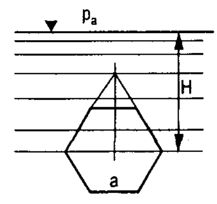
Thay số vào, ta được:

$$\cos\alpha = 0{,}5423 \Rightarrow \alpha = 57^o09'$$

$$v_2 = 81{,}8 m/s;$$

2. Thay dầu bằng nước: $\cos\alpha = 0{,}5388 \Rightarrow \alpha = 57^o23'30''$

Bài 4.5. Trên thành bên của 1 thùng chứa nước hình lăng trụ đặt thẳng đứng có 1 lỗ lớn hình lục giác đều cạnh a = 1m. Cột nước trong thùng từ mặt thoáng (ở đó áp suất bằng áp suất khí trời) đến tâm lỗ là H = const (hình bài 4.5).

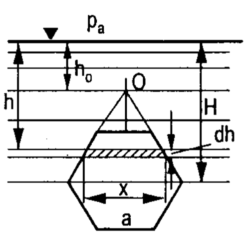


Hình bài 4.5

Xác định lưu lượng chảy qua lỗ với H bất kì và khi $H = \sqrt{3}m$, hệ số lưu lượng $\mu = 0{,}60$.

Lưu ý rằng lỗ có 2 cạnh đặt song song với đáy thùng.

Bài giải:



Hình bài 4.5a

* Đây là dòng chảy qua một lỗ lớn có kích thước thay đổi. Lấy một vi phân diện tích dω có trị số bằng: dω = x.dh. Coi dòng chảy qua diện tích vi phân đó là dòng chảy qua lỗ nhỏ với lưu lượng:

$$dQ = \mu d\omega\sqrt{2gh} \qquad (1)$$

Lưu lượng qua lỗ lớn bằng tổng các lưu lượng qua lỗ nhỏ.

Chia lỗ thành hai phần: nửa trên và nửa dưới có lưu lượng tương ứng là Q_1 và Q_2. Lưu lượng qua lỗ là:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

Ở nửa trên của lỗ:

$$x = 2(h - h_o)\,tg30^0 = \frac{2}{\sqrt{3}}(h - H + a\sqrt{3}) \qquad (2)$$

$$dQ_1 = \frac{2\mu}{\sqrt{3}}\sqrt{2g}(h - H + a\sqrt{3})\sqrt{h}.dh \qquad (3)$$

Lấy tích phân (2) từ $H + \frac{a\sqrt{3}}{2}$ đến H sẽ được:

$$Q_1 = \frac{2\sqrt{2}}{15\sqrt{3}}\mu\left[(-4H + 10a\sqrt{3})H^{\frac{3}{2}} - (4H - 7a\sqrt{3})\left(H + \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \qquad (4)$$

* Ở nửa dưới của lỗ:

$$d\omega = (H - h + a\sqrt{3})dh$$

Thay dω vào biểu thức (1) và lấy tích phân từ H đến $H + \frac{a\sqrt{3}}{2}$, sẽ được:

$$Q_2 = \frac{2\sqrt{2g}}{15\sqrt{3}}\mu\left[(4H + 10a\sqrt{3})H^{\frac{3}{2}} - (4H + 7a\sqrt{3})\left(H + \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \quad (5)$$

Lưu lượng Q qua lỗ bằng:

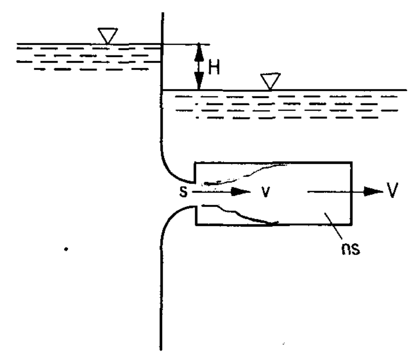
$$Q = \frac{2\sqrt{2g}}{15\sqrt{3}}\mu\left[20a\sqrt{3}.H^{\frac{3}{2}} + (4H + 7a\sqrt{3})\left(H - \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - (4H + 7a\sqrt{3})\left(H + \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \quad (6)$$

* Với a = 1m, H = $\sqrt{3}$;

$$Q = 0,0646.\mu.\sqrt{2g} = 171,7l/s$$

Bài 4.6. Để làm tăng lưu lượng của vòi (tiết diện s, hệ số co hẹp ε = 1), người ta nối thêm vào một đoạn ống hình trụ tiết diện ns đủ dài để dòng chảy có thể mở rộng choán đầy ống trước khi ra ngoài (hình bài 4.6).

Với giả thiết là tổn thất cột nước chỉ là do 2 nơi dòng chảy mở rộng đột ngột, hãy tính trị số n sao cho lưu lượng là lớn nhất.



Hình bài 4.6

Bài giải:

Gọi v là vận tốc ở miệng ra của vòi và V là vận tốc ở miệng ra của ống nối thêm, ta có:

Từ phương trình liên tục

$$vs = V.ns$$

Từ đó:

$$V = \frac{v}{n}$$

Tổn thất cột nước tổng cộng: $h_w = H$ gồm:

+ Tổn nhất do mở rộng đột ngột ở chỗ vào ống nối thêm, theo công thức Boócđa:

$$h_{w_1} = \frac{(v - V)^2}{2g}$$

+ Tổn thất chỗ ra khỏi miệng ống, với $\zeta_{ra} = 1$;

$$h_{w_2} = \frac{V^2}{2g}$$

Do đó:

$$H = \frac{(v-V)^2}{2g} + \frac{V^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}\left[\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{1}{n^2}\right]$$

Với H = const cho trước, muốn v lớn nhất (tức là Q lớn nhất) thì đại lượng trong ngoặc vuông ở vế phải của phương trình trên phải bé nhất.

Như vậy, nếu gọi lượng này là k, ta phải có:

$$\frac{dk}{dn} = 0$$

Từ đó tìm được n = 2 và tương ứng:

$$k = \frac{1}{2}$$

Vậy ống phải có tiết diện bằng 2 lần tiết diện vòi và khi đó tổn thất cột nước tổng cộng sẽ là:

$$H = \frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{2g}$$

Nếu không lắp thêm ống nối, vận tốc ra ở vòi sẽ là v' và:

$$H = \frac{v'^2}{2g}$$

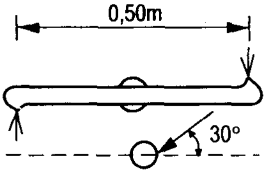
Như vậy, với cùng cột nước H ta có:

$$v = \sqrt{2}v'$$

điều đó có nghĩa là khi lắp thêm ống có diện tích bằng 2 lần tiết diện vòi thì lưu lượng tăng lên $\sqrt{2}$ lần so với khi không lắp thêm ống.

Bài 4.7. Một máy tưới tự động (kiểu quay) quay xung quanh trục thẳng đứng. Máy có hai vòi phun đường kính d = 6mm đặt cách nhau 50cm và hướng chếch lên một góc $\alpha = 30^o$ so với đường nằm ngang (hình bài 4.7).

Bỏ qua ma sát và sức cản của không khí, tính tốc độ quay của máy. Cho biết lưu lượng nước qua mỗi vòi là $Q = 2,5m^3/h$.



Hình bài 4.7

Bài giải:

1. Tính công suất của luồng nước phun ra:

Công suất của luồng nước phun ra từ hai vòi (do động năng):

$$N_1 = 2\rho Q \frac{(V\cos\alpha)^2}{2} = \rho Q (V\cos\alpha)^2$$

trong đó: V - tốc độ luồng nước phun ra ở vòi;

ρ - khối lượng riêng của nước.

* Công suất mà máy tưới nhận được do tác động từ các luồng nước phun:

$$N_2 = 2M.\omega$$

trong đó: M = F.r - mômen đối với trục quay của thành phần nằm ngang của lực mà luồng nước phun tác dụng lên vòi $(\vec{F})$;

ω - tốc độ góc quay của máy (tính bằng rad/s).

Vì $N_1 = N_2$ nên:

$$\omega = \frac{\rho Q (V\cos\alpha)^2}{2F.r} \tag{1}$$

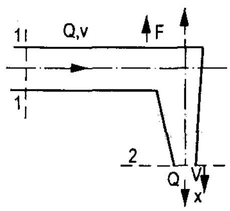
2. Xác định lực $\vec{F}$:

Viết phương trình động lượng cho đoạn luồng chảy của vòi ta có:

$$\vec{R} + \vec{G} = \rho Q(\vec{V} - \vec{v}) \text{ với } (\alpha_o = 1)$$

trong đó: $\vec{G}$ - trọng lượng nước chứa trong đoạn 1-2;

$\vec{R}$ - phản lực từ vòi tác dụng lên luồng chảy.



Hình bài 4.7a

Chiếu phương trình lên trục x nằm ngang và vuông góc với cánh tay đòn R, ta có:

$$R_x = \rho Q (V\cos\alpha - 0) = \rho Q V\cos\alpha$$

Do đó: $$F = -R_x = -\rho Q V\cos\alpha \tag{2}$$

Và lực $\vec{F}$ có chiều như trên hình bài 4.7a (làm cho máy tưới quay ngược chiều kim đồng hồ).

Thay độ lớn của $\vec{F}$ theo (2) vào công thức (1) tính ω, cân bằng với ω được tính theo $\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$, trong đó n - tốc độ quay tính bằng vòng/phút, ta được công thức:

$$n = \frac{15V\cos\alpha}{\pi r} \tag{3}$$

3. Tính giá trị n:

Tính: $$V = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4.2,5.10^6}{3,14.6^2.3600} = 24,57\text{m/s}$$

Thay số vào (3):

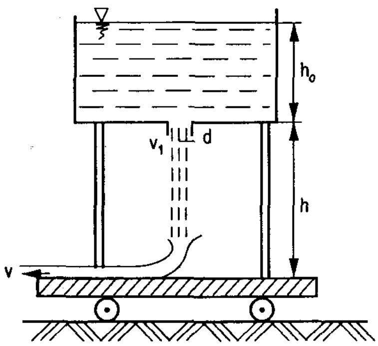
$$n = \frac{1524,57.0,866}{3,14.0,25} = 407\text{vg/ph}$$

Bài 4.8. Một tháp nước có tiết diện đủ lớn để có thể xem h_o = const đặt trên xe tự hành (hình bài 4.8). Cho h_o, h, d và bỏ qua mọi tổn thất kể cả ma sát ở bánh xe. Yêu cầu:

1. Trả lời câu hỏi: xe có chạy không? tại sao?

2. Nếu xe chạy thì hãy xác định gia tốc a và phân tích chuyển động đó.

Cho biết: $h_o = 2m$; $h = 4m$; $d = 2cm$; $\gamma = 1000kG/m^3$; $g = 10m/s^2$; trọng lượng nước: $P_1 = 2000kG$; tổng trọng lượng xe và thiết bị: $P_2 = 100kG$.



Hình bài 4.8

Bài giải:

1. Trả lời: xe chạy

2. Tính gia tốc a:

Lực tác dụng của dòng nước: $F = R = \rho Qv$.

$$v = \sqrt{2g(h+h_o)}; \quad Q = v_1 \frac{\pi d^2}{4} = \sqrt{2gh_o} \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{\rho\pi \dfrac{d^2}{4}\sqrt{2gh_o}\sqrt{2g(h+h_o)}}{\dfrac{(P_1+P_2)}{g}} = 1.03.10^{-2} m/s^2$$

3. Phân tích chuyển động:

Chuyển động là nhanh dần đều vì a = const.

Bài 4.9. Vòi phun có đường kính đầu vào D = 80mm; đầu ra d = 30mm. Khi đầu ra của vòi mở, lưu lượng thoát ra là Q = 100l/s. Bỏ qua tổn thất (hình 4.9).

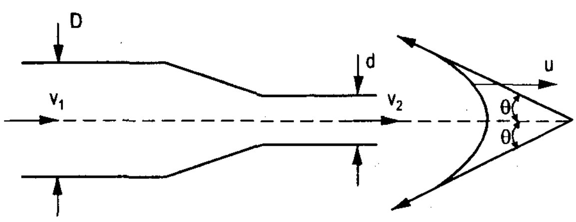
1. Tính cột nước của vòi.

2. Tính lực giữ vòi phun khi vòi phun mở và khi vòi phun đóng.

3. Cho vòi nước đập thẳng vào cánh cong nhẵn có góc θ. Cánh cong có chuyển động với vận tốc u trên thiết bị hướng dòng. Hãy xác định: a) Lực dòng tác dụng lên cánh P, công suất N và hiệu suất η của dòng phun.

b) Quan hệ v/u ứng với η_{max}.

c) Dạng hình học đơn giản của cánh để có η_{max} cho trường hợp cánh đơn và dãy cánh.



Hình bài 4.9

Bài giải:

1. Tính cột nước của vòi.

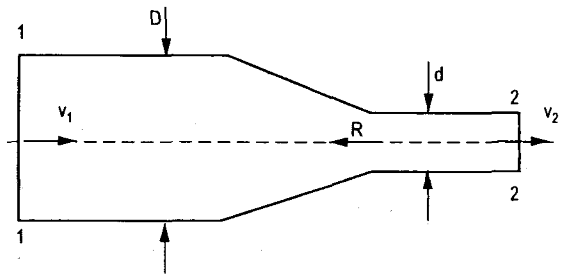
Viết phương trình Bécnuli cho 2 mặt cắt 1-1 và 2-2. Lấy α = 1.

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{v_2^2}{2g} \qquad (1)$$

Cột nước của vòi: $H=\frac{v_2^2}{2g}$ với

$$v_2=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4.100.10^{-3}}{3,14.0,03^2}=141,5m$$

$$H=\frac{141,5^2}{2.9,81}=1021,5m \text{ cột nước.}$$



Hình bài 4.9a

2. Tính lực giữ vòi phun khi mở và khi đóng

a) Khi vòi phun mở:

Áp dụng phương trình động lượng cho đoạn dòng đang xét với $\alpha_o = 1$.

$$-\rho Qv_1+\rho Qv_2=p_1\cdot\frac{\pi D^2}{4}-R$$

$$R=\rho Q(v_1-v_2)+p_1\cdot\frac{\pi D^2}{4} \qquad (2)$$

$$v_1=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4.100.10^{-3}}{3,14.0,08^2}=19,9m/s$$

Từ (1) có: $p_1=\gamma\left(\frac{v_2^2-v_1^2}{2g}\right)=9810\left(\frac{141,5^2-19,9^2}{2.9,81}\right)=9813120\ N/m^2$

Từ (2) có:

$$R = 1000 . 100 . 10^{-3} (19,9 - 141,5) + 9813120 \cdot\frac{3,14}{4}\cdot 0,08^2$$

$$R = 37141N$$

b) Khi vòi phun đóng:

$$R'=p_1\cdot\frac{\pi D^2}{4} \text{ với } \frac{p_1}{\gamma}=H \text{ (do } v_1=0)$$

$$R'=\gamma H\frac{\pi D^2}{4}=9810.1021,5\cdot\frac{3,14.0,08^2}{4}=50345N$$

3. a) Trường hợp 1 cánh

- Lực tác dụng: $P=\rho Q^*(v_2-u)(1+\cos\theta)$

$$Q^*=\frac{\pi d^2}{4}(v_2-u)$$

$$P=\rho\frac{\pi d^2}{4}(v_2-u)^2(1+\cos\theta)$$

- Công suất:

$$N = Pu = \rho\frac{\pi d^2}{4}(v_2 - u)^2.u.(1+\cos\theta)$$

- Hiệu suất:

$$\eta = \frac{N}{\frac{1}{2}\rho\frac{\pi d^2}{4}v_2^3} = \frac{2(v_2 - u)^2.u(1+\cos\theta)}{v_2^3}$$

b) Để có η_{max} thì

$$\frac{d\eta}{du} = \frac{2(1+\cos\theta)}{v_2^3}\left[-2(v_2 - u).u + (v_2 - u)^2\right] = 0$$

$$-2v_2.u + 2u^2 + v_2^2 - 2v_2.u + u^2 = 0$$

$$3u^2 - 4v_2u + v_2^2 = 0$$

$$u = \frac{v_2}{3}$$

- Dạng hình học để $\eta = \eta_{max}$ khi coi θ = 1 tức là θ = 0; đó là nửa cầu.

* Nếu là dãy cánh thì:

$$P = \rho\frac{\pi d^2}{4}.v_2(v_2 - u)(1+\cos\theta)$$

$$N = P.u = \rho\frac{\pi d^2}{4}.v_2(v_2 - u).u.(1+\cos\theta)$$

$$\eta = \frac{N}{\frac{1}{2}\rho\frac{\pi d^2}{4}v_2^3};$$

$$\eta = \eta_{max} \text{ khi } \frac{u}{v_2} = \frac{1}{2}$$

Bài 4.10. Một tua bin Pelton làm việc dưới cột nước H = 750m. Ở cuối ống dẫn cao áp có vòi phun với đường kính d = 180mm (hình bài 4.10). Bỏ qua tổn thất cột nước, tính:

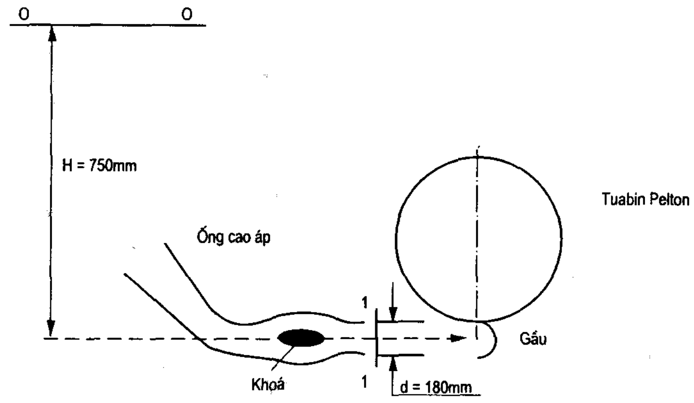
1. Lực đẩy của dòng tia lên gầu Pelton. Biết tốc độ của gầu là u.

2. Công suất hấp thụ bởi gầu Pelton. So sánh với công suất được tạo ra bởi cột nước.

Bài giải:

1. Tính lưu lượng và công suất

+ Vận tốc của luồng nước ra khỏi vòi được xác định từ phương trình Becnuli viết cho hai mặt cắt 0-0 và 1-1 (hình bài 4.10):



Hình bài 4.10

$$z_o + \frac{p_o}{\gamma} + \frac{v_o^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g};$$

$$H + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{v_1^2}{2g};$$

$$v = v_1 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2.9,81.750} = 121,3\,m/s.$$

+ Lưu lượng nước ra khỏi vòi:

$$Q = v\omega = v\frac{\pi d^2}{4} = 121,3\frac{3,14.0,18^2}{4} = 3,09\,m^3/s$$

+ Công suất tạo bởi cột nước: $N = \gamma QH = 9810.3,09.750 = 22,7kW$

2. Xét chuyển động của dòng tia đối với hệ toạ độ tương đối gắn liền gầu: gầu đứng yên, luồng đến gầu với vận tốc $v_1 = v - u$.

Viết phương trình động lượng cho chuyển động tương đối, ổn định của khối nước được giới hạn bởi các mặt cắt kiểm tra: 1-1, 2-2, 3-3 (hình bài 4.10a).

Các lực tác dụng lên khối nước gồm:

+ Trọng lực G theo phương z.

+ Áp lực bằng không các mặt bên đều tiếp xúc với không khí.

+ Phản lực F của gầu lên luồng nước.

Phương trình động lượng:

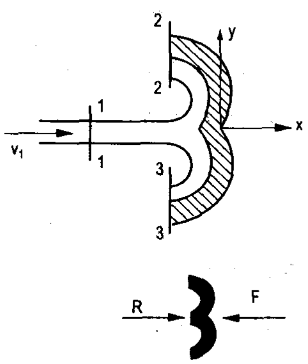
$$\vec{G} + \vec{F} = \rho(Q_2\vec{v}_2 + Q_3\vec{v}_3 - Q_1\vec{v}_1)$$

$$F_y = 0$$

$$F_x = \rho(-Q_2 v_2 - Q_3 v_3 - Q_1 v_1)$$

Bỏ qua tổn thất cột nước, nên:

$$v_1 = v_2 = v_3 = v - u$$



Hình bài 4.10a

$$Q_2 = Q_3 = \frac{Q_1}{2} = \frac{(v-u)\omega}{2}$$

$$F_x = -2\rho Q_1(v-u) = -2\rho\omega(v-u)^2$$

F_x mang dấu âm nên ngược chiều với trục x. Vậy gầu bị đẩy bởi lực R có phương chiều như hình bài 4.10a.

$$R = 2\rho\omega(v-u)^2$$

với $v = \frac{u}{2}$, $R = \frac{1}{2}\rho\omega v^2 = \frac{1}{2}1000\frac{\pi 0,18^2}{4}121,3^2 = 187\,kN$

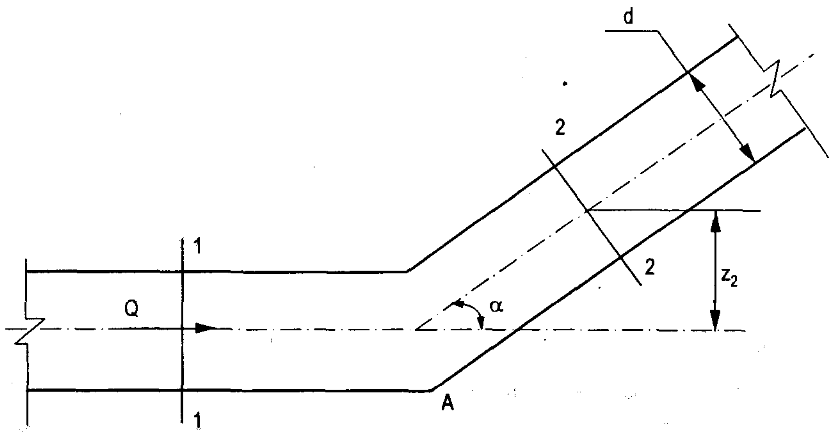
3. Công suất tiêu thụ bởi gầu Pelton.

Gầu chịu lực đẩy R, chuyển động với vận tốc u.

Công suất của gầu là $N = R.u = 187.\frac{121,3}{2} = 11,3\,kW$

Vậy công suất tạo nên bởi cột nước lớn gấp hai lần công suất hấp thụ.

Bài 4.11. Một đường ống có áp với đường kính không đổi d = 0,5m, có một chỗ gãy góc làm với trục nằm ngang một góc nghiêng $\alpha = 60^o$. Độ cao z_2 = 1m, lưu lượng trong đường ống Q = 400 *l/s*. Tổng hệ số tổn thất trong đoạn gãy góc là $\sum_G = 0,30$. Áp suất đo được ở mặt cắt 1-1 trước chỗ gãy góc là p_1 = 20at (hình bài 4.11). Tính lực của dòng chảy tác dụng lên thành ống ở chỗ gãy góc. Bỏ qua trọng lượng ống và nước. Cho khối lượng riêng của nước là $\rho = 1000\ kg/m^3$.



Hình bài 4.11

Bài giải:

Phương trình biến thiên động lượng có dạng:

$$\vec{R} + \vec{P}_1 - \vec{P}_2 = m_2\vec{v}_2 - m_1\vec{v}_1 \qquad (1)$$

với: R là lực tác dụng của dòng chảy, P_1, P_2 là áp lực tại 1-1 và 2-2:

$$v_1 = v_2 = v = \frac{Q}{\omega} = 2,04m/s$$

$$m_1 = m_2 = \rho Q.$$

Từ (1) ta có:

$$\vec{R} = (m_2\vec{v}_2 + \vec{P}_2) - (m_1\vec{v}_1 + \vec{P}_1)$$

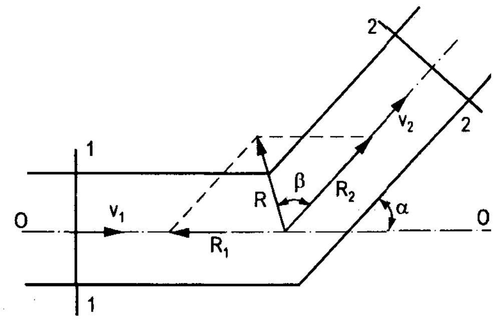
$$\vec{R} = \vec{R}_2 + \vec{R}_1 \qquad (2)$$

$$\vec{R}_2 = m_2\vec{v}_2 + \vec{P}_2$$

$$\vec{R}_1 = (m_1\vec{v}_1 + \vec{P}_1)$$

Giá trị của $\vec{R}_1$:

$$R_1 = \rho Q v + p_1\omega = 386,056 \text{ kN}.$$



Hình bài 4.11a

Áp suất tại mặt cắt 2-2 theo phương trình Becnuli bằng:

$$p_2 = p_1 - \rho g z_2 - 0,3\frac{\rho v^2}{2}$$

$$p_2 = 1951,57 \text{ kN/m}^2$$

Giá trị của véctơ $\vec{R}_2$:

$$R_2 = \rho Q v + p_2\omega = 383,19 \text{ kN}$$

Giá trị của lực $\vec{R}$ tính theo công thức tam giác thường bằng:

$$R^2 = R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\alpha$$

$$R = 384,63\text{kN}$$

Tính góc β :

Ta có: $$\frac{R}{\sin\alpha} = \frac{R_1}{\sin\beta}$$

Do đó:

$$\sin\beta = \left(\frac{R_1}{R}\right)\sin\alpha = 0,8692$$

$$\beta = 60^o22'$$

Bài 4.12. Một bể hình trụ thẳng đứng tiết diện ngang S = 20m^2 được cấp thường xuyên một lưu lượng nước không đổi Q_o = 30*l*/s. Người ta lấy nước ra khỏi bể bằng một ống xi phông có tiết diện miệng ra s = 7,85.10^{-3}m^2. Mặt phẳng nằm ngang đi qua tâm miệng ra của xi phông được lấy làm gốc tính các cao độ z. Cho các cao độ như sau:

- Đáy bể $z = z_0$; đỉnh xi phông $z = z_1 = +3$m;

- Miệng hút của xi phông z = d. Bỏ qua tổn thất cột nước trong xi phông; tại miệng ra của xi phông không có co hẹp bên.

1. Với cao độ ban đầu của nước trong bể là z_1 và xi phông làm việc (tháo nước ra ngoài), hãy xác định về mặt định tính sự thay đổi của mực nước trong bể (z) theo thời gian (t). Sự thay đổi này có phụ thuộc d hay không? Tính trị số phân giới của d.

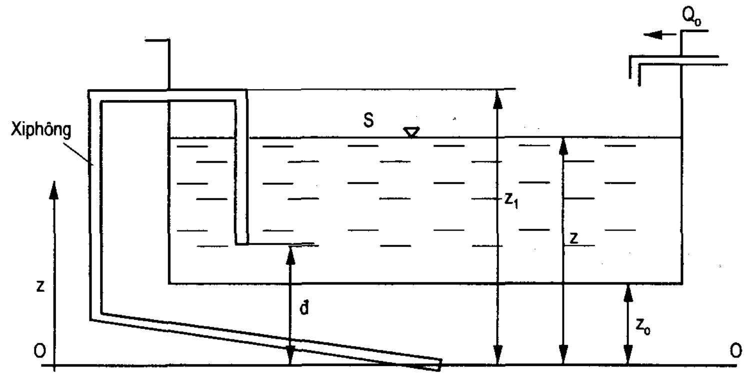
2. Với cao độ mực nước ban đầu trong bể là z_l và xi phông làm việc; với d = 2m và $z_0 = 0,5$m.

a) Hãy thành lập phương trình vi phân của z đối với t cho 2 quá trình:

- Quá trình nước hạ xuống;

- Quá trình nước dâng lên.

b) Vẽ định tính đường biểu diễn z = z (t) cho 2 quá trình trên.



Hình bài 4.12

Bài giải:

1) Lưu lượng tháo ra khi $z = z_l = 3$m;

$$Q = s\sqrt{2gz_l} = 0,06 m^3/s = 60\, l/s$$

Xi phông vẫn liên tục làm việc thì nước trong bể sẽ hạ thấp dần (do đó lưu lượng tháo ra Q cũng sẽ giảm theo) cho đến $Q = Q_0$ thì ngừng lại ở mực nước $z = z^*$. Tính z^*: Đặt $Q_0 = Q = s\sqrt{2gz^*}$, ta có:

$$z^* = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{s}\right)^2 = 0,744\text{m}$$

Có 2 khả năng:

a) $d \le z^*$: mực nước hạ từ z_l xuống z^* rồi dừng lại, ổn định.

b) $d > z^*$: mực nước hạ từ z_l đến z = d thì xi phông ngừng làm việc do miệng hút của nó bị hở ra. Chỉ có Q_0 bổ sung nên nước dâng lên cho đến z_l thì xi phông trở lại làm việc và sự dao động của mực nước lại bắt đầu một chu kì mới. Trong trường hợp này mực nước luôn thay đổi theo thời gian, với $d \le z \le z_l$.

Rõ ràng, trị số phân giới của d là $d_c = z^* = 0,744$m.

2) $z_l = +3$m; d = 2m > z^* nên ta thường có trường hợp b.

a) Phương trình vi phân

- Nước hạ xuống: mực nước trong bể thay đổi một lượng dz trong thời gian dt. Ta có phương trình cân bằng thể tích nước:

$$Sdz = Q_0dt - Qdt = Q_0dt - s\sqrt{2gz}\,dt.$$

Từ đó:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{Q_0}{S} - \frac{s\sqrt{2g}}{S}\sqrt{z} \text{ hoặc}$$

$$\frac{dz}{dt} = 0,0015 - 0,00174\sqrt{z}$$

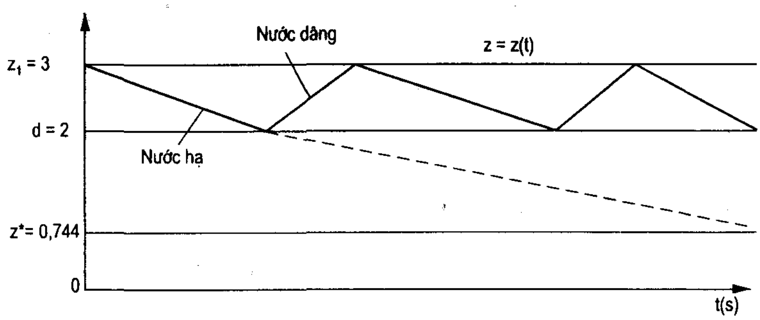
với z tính bằng m, t tính bằng s.

- Nước dâng lên: Q = 0 nên phương trình trở thành:

$$Sdz = Q_0dt, \quad \text{hay cuối cùng: } \frac{dz}{dt} = 0,0015 m/s$$

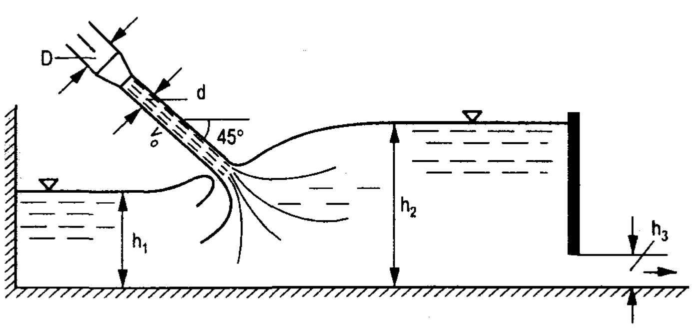
Quan hệ giữa z và t là tuyến tính.

b) Vẽ đường biểu diễn z = z (t).



Hình bài 4.12a

Bài 4.13. Luồng nước phóng vào môi trường khí quyển dưới cột nước H = 45m từ một ống đường kính D = 20cm có đoạn nón cụt ngắn ở cuối ống với đường kính miệng ra d = 10cm (hình bài 4.13).



Hình bài 4.13

Yêu cầu:

1. Tính lưu lượng nước phóng ra và áp suất tại đầu đoạn nón cụt.

2. Ống nghiêng 45^o và lưu lượng nói trên được cấp cho một máng có mặt cắt ngang hình chữ nhật rộng b = 10cm, đáy máng nằm ngang. Dòng chảy đều hình thành trong máng có độ sâu h_2 trên toàn bộ chiều rộng của nó, được kết thúc bằng tấm chắn phẳng, và dòng thoát qua lỗ hình chữ nhật ở dưới tấm này có độ sâu h_3 = 30cm.

Hãy tính các độ sâu nước h_1 và h_2 ở bên trái và bên phải vùng xáo động.

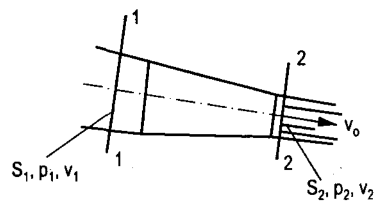
3. Tính tổn thất cột nước trong vùng xáo động. Cho ρ = 1000 kg/m^3; g = 10m/s^2.

Bài giải:

1. Tính lưu lượng và áp suất:

$$H = \frac{v_o^2}{2g},\ v_o = \sqrt{2gH} = 30\,\text{m/s}$$

$$Q = v_o\frac{\pi d^2}{4} = 0{,}236\text{m}^3/\text{s} = 236\ l/\text{s}$$



Hình bài 4.13a

Áp dụng phương trình Becnuli cho 2 mặt cắt 1-1 và 2-2 với các điều kiện:

- Bỏ qua tổn thất cột nước (nhỏ vì là đoạn thu hẹp);
- Bỏ qua độ chênh $z_1 - z_2 \approx 0$

Ta được: $$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_o^2 - v_1^2}{2g}(p_2 = 0, v_2 = v_o)$$

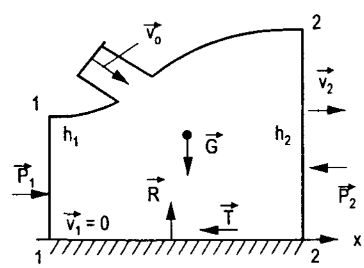
Với $v_1 = v_o\left(\frac{d}{D}\right)^2 = 0{,}25v_o$

Tính ra được: $\frac{p_1}{\gamma} = 42{,}2\text{m c.n.},\ p_1 = 4{,}22.10^5(\text{Pa})$.

2. Tính độ sâu h_1 và h_2

Áp dụng phương trình động lượng cho khối nước xáo động như hình bài 4.13b, ta có:

$$\overline{R} + \overline{T} + \overline{G} + \overline{P}_1 + \overline{P}_2 = \rho Q(\overline{v}_2 - \overline{v}_o)$$



Hình bài 4.13b

Chiếu phương trình này lên trục x nằm ngang, bỏ qua lực ma sát $\overline{T}$ và coi áp suất phân bố trên các mặt cắt 1-1 và 2-2 theo quy luật phân bố áp suất thủy tĩnh, ta được:

$$P_1 - P_2 = \frac{\gamma b}{2}\left(h_1^2 - h_2^2\right) = \rho Q(v_2 - v_o\cos 45^o) \qquad (1)$$

trong đó: $$v_2 = \frac{Q}{bh_2}$$

Phương trình (1) chứa 2 ẩn, cần thêm 1 phương trình nữa; phương trình Becnuli viết cho các mặt cắt trước và sau tấm chắn:

$$h_2 + \frac{v_2^2}{2g} = h_3 + \frac{v_3^2}{2g} \quad (2)$$

(bỏ qua tổn thất cột nước).

Với: $$v_3 = \frac{Q}{bh_3} = 7,87\,m/s$$

Từ (2) ta có: $$h_2 + \frac{v_2^2}{2g} = 3,4m \qquad V_2 = \frac{Q}{bh_2} \to h_2 \quad (3)$$

Giải (3) bằng gần đúng liên tiếp ta được: h_2 = 3,38 m (v_2 = 0,70m/s). Thế h_2 = 3,38m vào (1) ta được: h_1 = 1,32m.

3. Tính tổn thất cột nước

Áp dụng phương trình Becnuli cho 2 điểm: điểm 1 thuộc luồng nước có cùng cao trình với điểm 2 ở mặt tự do thuộc mặt cắt 2-2, ta có:

$$\frac{v_o^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}}$$

Từ đó:

$$h_{w_{1-2}} = \frac{v_o^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} = H - \frac{v_2^2}{2g} = 45 - \frac{0,7^2}{2.10} \approx 45m$$

$$h_{w_{1-2}} = 45m \text{ cột nước.}$$

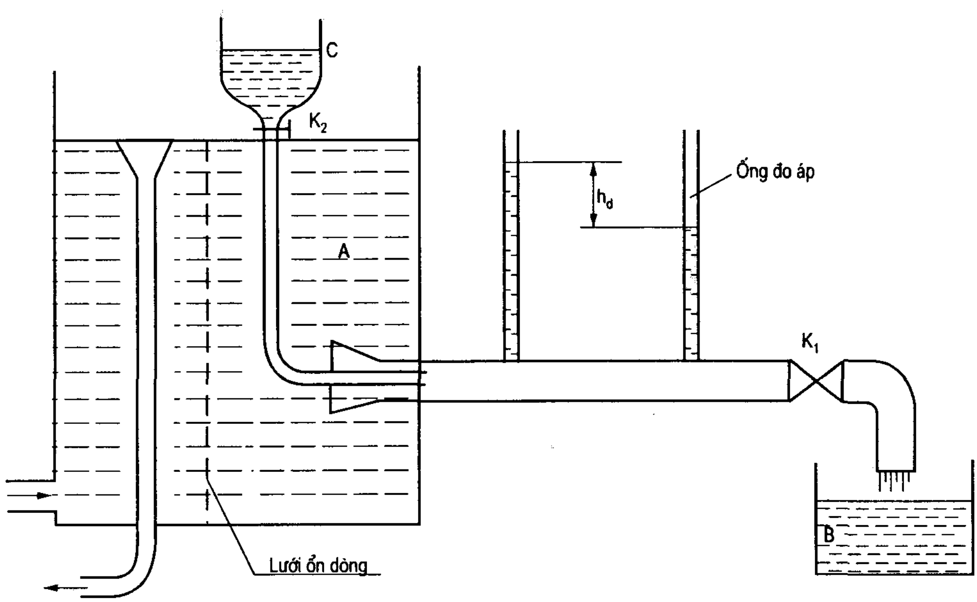
Chương 5
CHUYỂN ĐỘNG MỘT CHIỀU CỦA CHẤT LỎNG KHÔNG NÉN ĐƯỢC

Trong chương 4 ta đã thành lập được hệ phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng. Chương này xét cụ thể một số dạng chuyển động một chiều của chất lỏng không nén được như nước chảy trong ống, dầu trong các khe hẹp v.v... Từ đó rút ra những ứng dụng vào kĩ thuật.

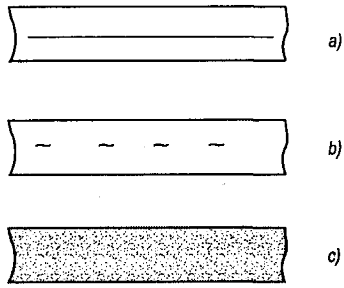
§.5.1. TỔN THẤT NĂNG LƯỢNG TRONG DÒNG CHẢY

1. Hai trạng thái chảy

O.Reynolds làm thí nghiệm vào năm 1883 và nhận thấy có hai trạng thái chảy khác biệt nhau rõ rệt. Thí nghiệm gồm một bình nước lớn A và một bầu nhỏ nước màu C - màu đỏ. Một ống thủy tinh trong suốt để trông thấy nước chảy (hình 5.1). Điều chỉnh khoá để nước màu đỏ chảy thành một sợi chỉ đỏ căng xuyên suốt ống thuỷ tinh, nghĩa là các lớp chất lỏng không trộn lẫn vào nhau, chảy thành tầng lớp. Đó là trạng thái chảy tầng (hình 5.1a). Tăng vận tốc dòng chảy, đầu tiên sợi chỉ đỏ bị đứt đoạn (hình 5.1b) gọi là chảy quá độ, sau đó chảy hỗn loạn hoà vào nước (hình 5.1c) gọi là chảy rối.



Hình 5.1



Hình 5.1 (tiếp)

Như vậy trạng thái dòng chảy phụ thuộc vào vận tốc v, độ nhớt động học ν và đường kính ống d. Reynolds đã tìm ra tổ hợp 3 đại lượng ấy là một số không thứ nguyên mang tên ông: Số Rây-nôn: $Re = \frac{vd}{\nu}$ và tìm được trị số trung bình của số Re tới hạn tương ứng với trạng thái chảy quá độ: $Re_c = 2320$.

Vậy: Re < 2320: chảy tầng

Re > 2320: chảy rối

2. Quy luật tổn thất năng lượng trong dòng chảy

Nguyên nhân của tổn thất năng lượng có nhiều: tính nhớt của chất lỏng (ν), đoạn đường đi dài hay ngắn l, tiết diện dòng chảy (ω), trạng thái chảy v.v...

Để tiện tính toán, người ta quy ước chia thành hai dạng tổn thất: tổn thất dọc đường: h_d và tổn thất cục bộ: h_c: $h_w = \sum h_d + \sum h_c$

a) Tổn thất dọc đường

Đắc xi nhận thấy: Ở chảy tầng: $h_d = k_1 v$,

Ở chảy rối $h_d = k_2 v^2$,

và ông đưa ra công thức chung vào năm 1856, gọi là công thức Darcy:

$$h_d = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

trong đó:

l - chiều dài; d - đường kính ống; v - vận tốc trung bình.

λ - hệ số tỉ lệ, gọi là hệ số ma sát. Nó phụ thuộc vào số Re và độ nhám thành ống n:

$$\lambda(Re, n)$$

Việc tính λ khá phức tạp. Có nhiều công thức bán thực nghiệm để tính. Người ta thường hay dùng đồ thị Nicurátze (hình 5.2).

Có 5 khu vực:

I. Chảy tầng $\lambda = \frac{A}{Re}$.

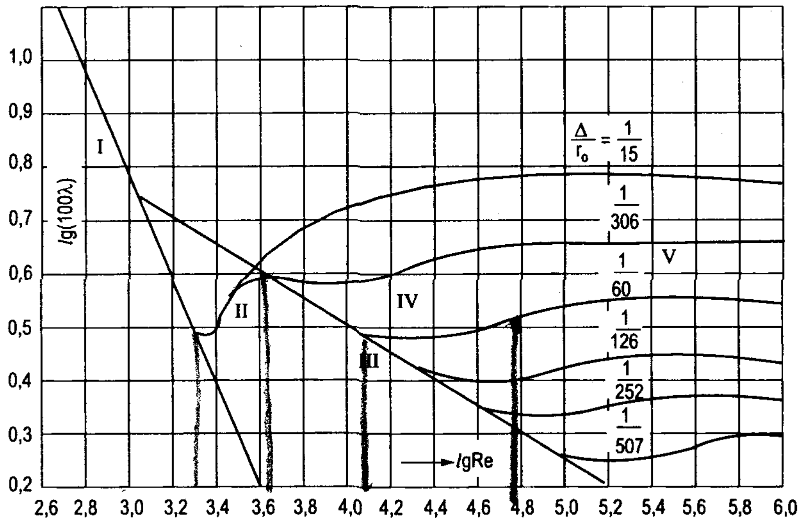
II. Chảy quá độ từ tầng sang rối: chưa có quy luật nào.

III. Chảy rối thành trơn: $\lambda = f(Re)$.

IV. Chảy quá độ từ thành trơn sang thành nhám: $\lambda = f(Re, n)$.

V. Chảy rối thành nhám: $\lambda = f(n)$.

Trong từng khu vực có công thức tính λ tương ứng (tham khảo Sổ tay Thuỷ lực).



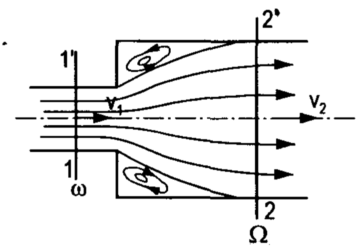
Hình 5.2

b) Tổn thất cục bộ

Thường dùng công thức Vaizơbắc:

$$h_c = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

ζ - hệ số tỉ lệ, gọi là hệ số tổn thất cục bộ, thường được xác định bằng thực nghiệm. Nó phụ thuộc vào số Re và đặc trưng hình học vật cản. Ví dụ xét hai trường hợp (hình 5.3a và 5.3b).

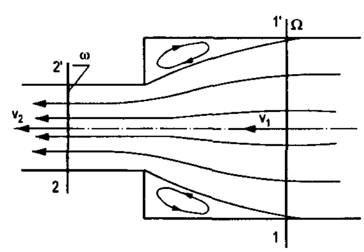


Hình 5.3a

Đột mở (hình 5.3a):

$$h_c = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g}\ ;\ \zeta_1 = \left(1 - \frac{\omega}{\Omega}\right)^2;$$

$$h_c = \zeta_1' \frac{v_2^2}{2g}\ ;\ \zeta_1' = \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)^2$$



Hình 5.3b

Đột thu (hình 5.3b):

$$h_c = \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g}\ ;\ \zeta_2 = 0,5(1 - \frac{\omega}{\Omega})$$

$$h_c = \zeta_2' \frac{v_1^2}{2g}\ ;\ \zeta_2' = 0,5\frac{\Omega}{\omega}\left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)$$

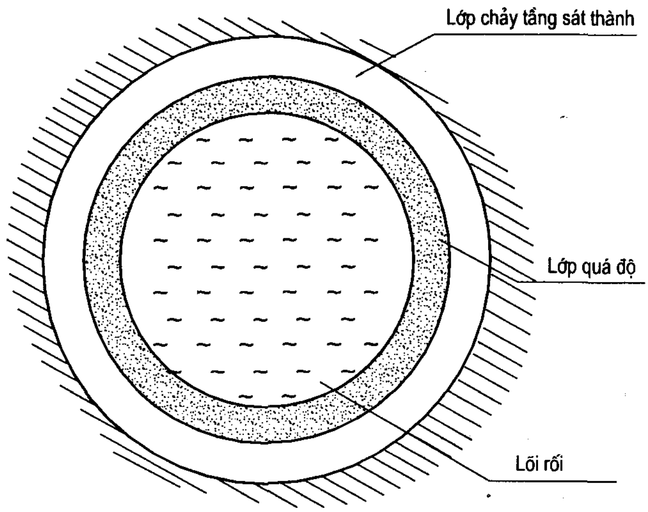
§5.2. DÒNG CHẢY RỐI TRONG ỐNG

1. Cấu trúc dòng chảy rối trong ống

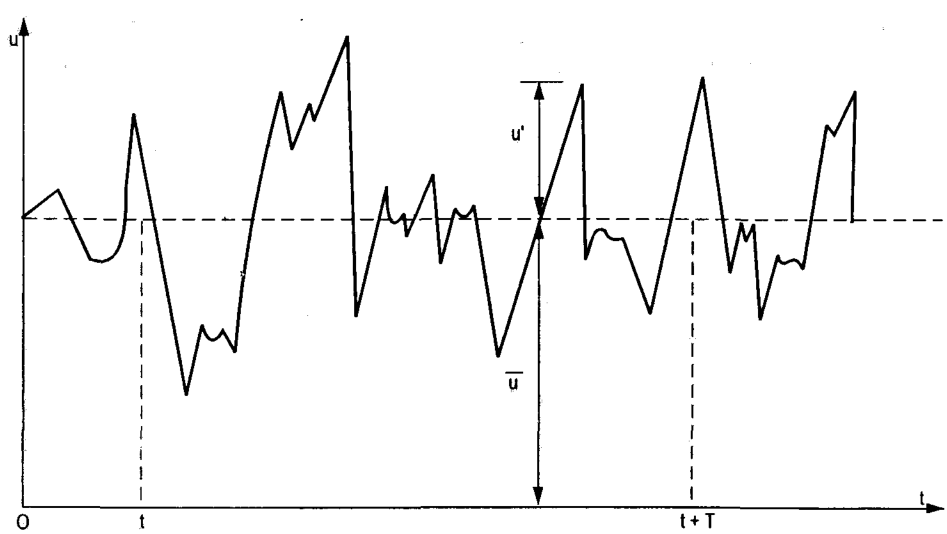
Thực nghiệm chứng tỏ dòng chảy rối trong ống gồm hai phần chính (hình 5.4a): lõi rối và lớp chảy tầng sát thành có chiều dày.

$$\delta_T = \frac{30d}{Re\sqrt{\lambda}}$$

Trong lõi rối, vận tốc điểm thay đổi về trị số và cả hướng theo thời gian. Nếu xét trong một khoảng thời gian tương đối dài T, thì thấy u dao động xung quanh một trị số không đổi $\overline{u}$ (hình 5.4b) gọi là vận tốc trung bình thời gian:



Hình 5.4a



Hình 5.4b

$$\bar{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u\,dt$$

Lúc đó vận tốc tức thời $u = \bar{u} + u', u'$ gọi là vận tốc mạch động. Tương tự có:

$$p = \bar{p} + p';\ \rho = \bar{\rho} + \rho'$$

2. Phân bố vận tốc trong ống

Ở trạng thái chảy tầng, theo Newton $\tau = \mu\frac{du}{dy}$. Ở trạng thái chảy rối, người ta đưa vào hệ số nhớt rối bổ sung $\tau_r = (\varepsilon + \mu)\frac{d\bar{u}}{dy}$.

Nhưng ε >> μ, nên $\tau_r \equiv \tau = \varepsilon\frac{d\bar{u}}{dy}$

Giả thuyết về ε có nhiều, nhưng theo Prandtl:

$$\varepsilon = \rho l^2 \frac{d\bar{u}}{dy}$$

Trong đó l = ky là chiều dài xáo trộn, đặc trưng cho sự chuyển động theo phương ngang của các phần tử chất lỏng; k = 0,4;

$\frac{d\bar{u}}{dy}$ - gradient vận tốc trung bình thời gian.

Do đó:

$$\tau = \varepsilon\frac{d\bar{u}}{dy} = \rho l^2\left(\frac{d\bar{u}}{dy}\right)^2$$

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}\frac{1}{l} = u_*\frac{1}{l} \text{ với } u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \text{ vận tốc động lực}$$

$$d\bar{u} = \frac{u_*}{l}dy = \frac{u_*}{k}\frac{dy}{y}$$

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k}\ln y + C \quad \text{Tại trục ống: } y = r : \bar{u} = \bar{u}_{max}$$

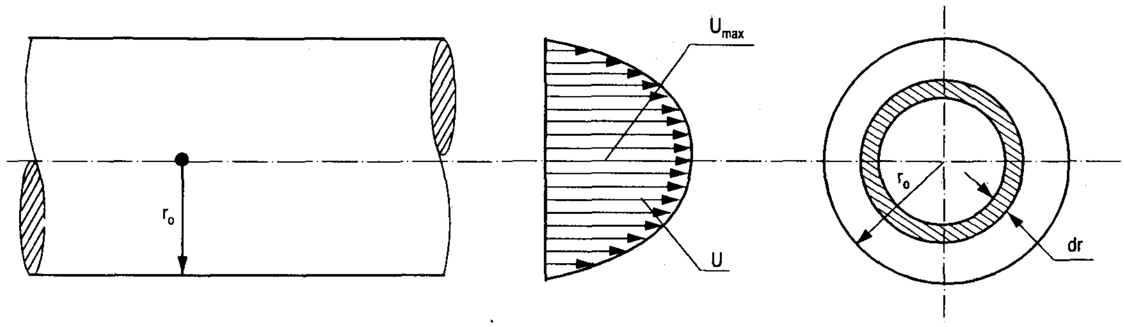
$$\rightarrow C = \bar{u}_{max} - \frac{u_*}{k}\ln r$$

Vậy: $\bar{u} = \bar{u}_{max} - \frac{u_*}{k}\ln\frac{r}{y}$ nghĩa là vận tố c biến thiên theo luật logarit còn:

$$v = Q/\omega = 0{,}825\ \bar{u}_{max}$$

§5.3. DÒNG CHẢY TẦNG TRONG ỐNG – DÒNG HAGEN - POADƠI

1. Phương trình vi phân chuyển động



Hình 5.5

Xét chuyển động một chiều ($u \neq 0$) trong ống nằm ngang do độ chênh áp ($p_1 > p_2$) của chất lỏng không nén được (ρ = const) chuyển động dừng ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$), bỏ qua lực khối ($\vec{F} = 0$) (hình 5.5). Với những điều kiện đó, xuất phát từ phương trình liên tục: div $\vec{u} = 0$ và phương trình Navie-Stốc:

$$-\frac{1}{\rho}\text{gradp} + \nu\Delta\vec{u} = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

Suy ra:
$$-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx} = \text{const} = C \tag{5.1}$$

Ở đây cho hai vế bằng const, vì vế trái phụ thuộc vào y, z, còn vế phải không phụ thuộc vào chúng.

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta p}{l} = -\frac{\gamma h_w}{l} = -\gamma J \tag{5.2}$$

Trong đó: J - độ dốc thuỷ lực.

Để dễ tích phân phương trình (5.1), ta viết dưới dạng toạ độ trụ với giả thiết dòng chảy đối xứng trục:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = -\frac{1}{\mu}\frac{\Delta p}{l} \tag{5.3}$$

với điều kiện $r = 0$: u hữu hạn

$$r = R_o : u = 0$$

2. Phân bố vận tốc

Tích phân phương trình (5.3) với các điều kiện biên ta sẽ tìm được phân bố vận tốc có dạng parabôn.

$$u = \frac{\Delta p}{4\mu l}(R_o^2 - r^2)$$

Vận tốc max tại trục ống: $u_{max} = \frac{\Delta p}{4\mu l} R_o^2$

Ta tính được lưu lượng: $Q = \int_0^{R_0} dQ = \int_0^{R_0} 2\pi r dr = \frac{\pi}{2} R_o^2 u_{max}$

Vận tốc trung bình: $v = \frac{Q}{\omega} = \frac{u_{max}}{2}$

Độ chênh áp: $\Delta p = \frac{8\mu l v}{R_o^2} = \frac{8\mu l Q}{\pi R_o^4}$ (5.4)

Đó là định luật Hagen-Poadơi, được ứng dụng để tính độ nhớt (xem [4]).

Hệ số hiệu chỉnh động năng:

$$\alpha = \frac{\int_\omega u^3 d\omega}{v^3 Q} = 2$$

Phân bố ứng suất tiếp trong dòng chảy:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \frac{\Delta p}{l} \frac{r}{2} = \tau_o \frac{r}{R}$$

với $\tau_o(r = R_o) = \frac{\Delta p}{l} \frac{R_o}{2} = \gamma JR$, R - bán kính thuỷ lực.

3. Tổn thất dọc đường của ống

$$h_w \cong h_d = \frac{\Delta p}{\gamma} \text{ (theo (5.2))}$$

Thay Δp bằng (5.4): $h_d = \frac{32}{\gamma d^2} l \mu v = \frac{128 \mu l Q}{\pi \gamma d^4}$ (5.5)

Từ (5.5) ta có hai nhận xét sau đây:

- Thứ nhất, $h_d \sim v$, nghĩa là như đã nêu ở §5.1: trong chảy tầng: $h_d = k_1 v$;

- Thứ hai, với Q = const, d = const, khi μ giảm (do nhiệt độ tăng) thì h_d giảm, nghĩa là muốn tổn thất h_d ít thì hâm nóng chất lỏng (hâm nóng có mức độ).

Tiếp tục biến đổi (5.5) bằng cách thay $\gamma = \rho g$ và nhân với $\frac{2v}{2v}$ ta được:

$$h_d = \frac{64}{Re} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Chính là công thức Darcy đã nêu với hệ số ma sát trong chảy tầng:

$$\lambda = \frac{64}{Re}; \ Re = \frac{vd\rho}{\mu}$$

§5.4. DÒNG CHẢY TẦNG CÓ ÁP TRONG CÁC KHE HẸP

Trong kĩ thuật, giữa các chi tiết máy có những khe hở nên có sự rò rỉ của chất lỏng (xăng, dầu...) do chất lỏng làm việc dưới áp suất cao. Nên cần tính toán độ khít cần thiết của những khe hở đó, hạn chế lưu lượng rò rỉ, v.v...

1. Dòng chảy giữa hai tấm phẳng song song

Với những điều kiện như dòng chảy tầng trong ống (§5.3) và do khe hẹp nên $u = u(y)$; (hình 5.6).

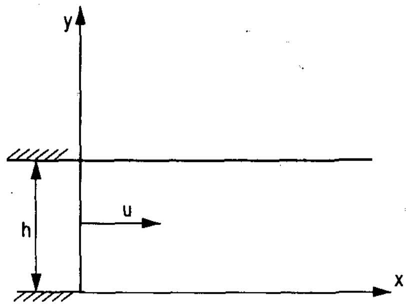
Phương trình vi phân chuyển động có dạng:

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}$$

Với điều kiện biên: $y = 0$; h: $u = 0$.

Sau khi tích phân ta sẽ được phân bố vận tốc có dạng parabôn:

$$u = -\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}y(h-y)$$



Hình 5.6

Vận tốc max (tại $y = h/2$) $u_{max} = \frac{1}{8\mu}\frac{dp}{dx}h^2$

Lưu lượng $Q = \int_o^h budy = -\frac{b}{12\mu}\frac{dp}{dx}h^3 = \frac{1}{12\mu}\frac{\Delta p}{l}h^3b$ (5.6)

Vận tốc trung bình $v = \frac{Q}{bh} = \frac{2}{3}u_{max}$

Ở đây: b - bề rộng tấm phẳng;

l - chiều dài của khe.

2. Dòng chảy dọc trục giữa hai trụ tròn

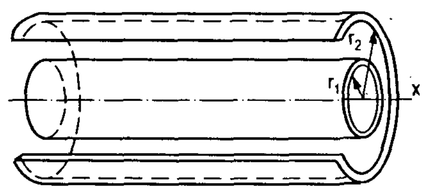
a) Mặt trụ đồng tâm

Ta dùng các kí hiệu sau đây (hình 5.7a).

D_n - đường kính ngoài; D_t - đường kính trong;

$$D = \frac{D_n + D_t}{2} \text{ - đường kính trung bình.}$$

$$\delta = \frac{D_n - D_t}{2} \text{ - chiều dày của khe.}$$



Hình 5.7a

Xét $\delta << D/2$, l - chiều dài của đoạn dòng chảy cần xét. Áp dụng công thức (5.6) tính lưu lượng thay $b = \pi D$; $h = \delta$, có:

$$Q \equiv Q_1 = \frac{\pi D \delta^3}{12\mu} \frac{\Delta p}{l}$$

b) Mặt trụ lệch tâm

Gọi δ - chiều dày của khe hở khi mặt trụ đồng tâm;

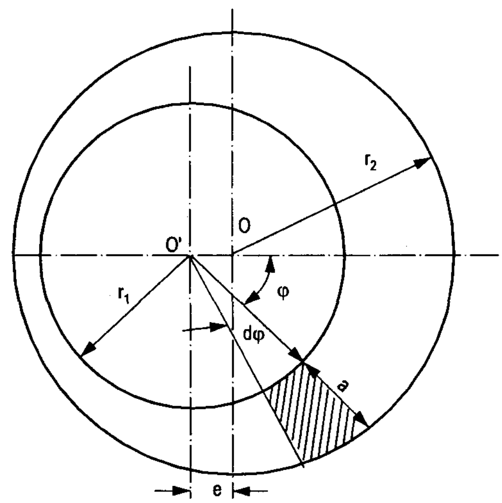
e - độ lệch tâm (hình 5.7b).

φ - góc của 1 bán kính véc tơ với đường qua tâm của hai mặt trụ (toạ độ cực 0 là tâm).

$a(\varphi)$ - khe hở theo bán kính véc tơ ứng với φ.

Xét $a << D$ nên

$$a = \frac{D_n}{2} - \frac{D_t}{2} + e\cos\varphi = \delta\left(1 + \frac{e}{\delta}\cos\varphi\right)$$



Hình 5.7b

Áp dụng (5.6) cho phân tố hình thang vuông:

$$b = \frac{D}{2}d\varphi;\ a = h$$

$$dQ = \frac{\Delta p}{12\mu l}\frac{D}{2}\delta^3(1 + \frac{e}{\delta}\cos\varphi)^3 d\varphi$$

$$Q \equiv Q_2 = \int_0^{2\pi} dQ = \frac{\pi D \Delta p}{12\mu l}\delta^3\left(1 + \frac{3}{2}\frac{e^2}{\delta^2}\right) \doteq Q_1\left(1 + \frac{3}{2}\frac{e^2}{\delta^2}\right)$$

Vậy $Q_2 > Q_1$ và $Q_2 = 2{,}5Q_1$ khi độ lệch tâm lớn nhất ($e = \delta$).

Ở đây có thể xét thêm bài toán lọc dầu, tức là dòng chảy tầng theo phương bán kính trong khe hẹp phẳng (xem [1] trang 181 - 184).

§5.5. DÒNG CHẢY TRONG KHE HẸP DO MA SÁT - CƠ SỞ CỦA LÍ THUYẾT BÔI TRƠN THUỶ ĐỘNG

Ta gặp rất nhiều chuyển động do ma sát trong khe hẹp như chất lỏng chuyển động giữa pittông và xi lanh, giữa con trượt và bàn trượt, giữa trục và ổ trục v.v... Cần phải tính lực ma sát và mô men cản.

1. Dòng chảy giữa hai mặt phẳng song song - bài toán Cu-ét

Dòng chảy do ma sát (do tấm phẳng trên chuyển động với vận tốc U_1 - hình 5.8) và do chênh áp $dp/dx \neq 0$. Lúc đó phương trình vi phân chuyển động giống như §5.4.1 nhưng điều kiện biên khác khi $y = h$: $u = U_1$, nên:

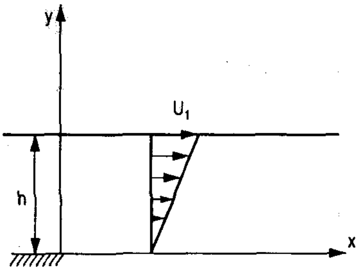
$$u = \frac{U_1}{h}y - \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}y(h-y) \qquad (5.7)$$

và: $$Q = \int_0^h udy = \frac{U_1 h}{2} - \frac{1}{12\mu}\frac{dp}{dx}h^3 \qquad (5.8)$$

Khi không có độ chênh áp (dp/dx = 0).

$$u = U_1 \frac{y}{h}$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = \mu\frac{U_1}{h}$$



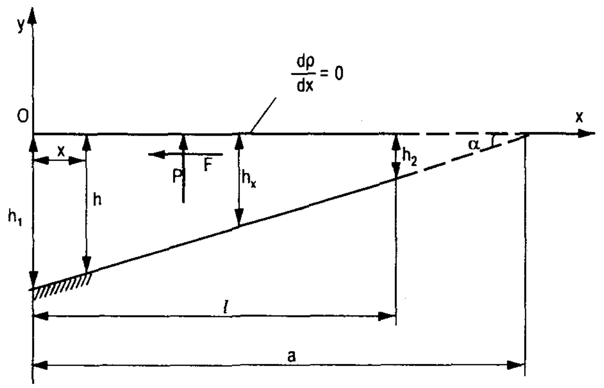
Hình 5.8

Lực cản $T = \tau.S = \mu\frac{U_1}{h}S$; S - diện tích tấm phẳng.

2. Bôi trơn hình nêm

Khi một tấm phẳng nghiêng đi một góc nhỏ α, ta có hình nêm (hình 5.9). Lúc này, ngoài lực cản F còn có lực nâng P, nghĩa là cần tìm sự phân bố ứng suất tiếp và phân bố áp suất.

Tương tự như bài toán Cu-ét (§5.5.1) ta tính được lưu lượng qua mặt cắt chiều cao h.



Hình 5.9

$$Q = \frac{U_1 h}{2} - \frac{1}{12\mu}\frac{dp}{dx}h^3 \qquad (5.8)$$

với $h = h(x) = (a-x)\text{tg}\alpha \approx (a-x)\alpha$ (5.9)

Giả sử tương ứng với mặt cắt chiều cao h_* có áp suất cực đại, nghĩa là:

$$\frac{dp}{dx} = 0$$

$$Q = \frac{U_1 h_*}{2}$$

thay vào (5.8), ta tính được $\frac{dp}{dx}$

$$\frac{U_1 h_*}{2} = \frac{U_1 h}{2} - \frac{1}{12\mu}\frac{dp}{dx}h^3$$

$$\rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U_1(h-h_*)}{h^3} = 6\mu U_1\left(\frac{1}{h^2} - \frac{2Q}{U_1 h^3}\right)$$

Khi x = 0 và x = l : p = p_a

Thay h bằng (5.9) và lấy $\int_0^x dx$, ta được:

$$p = p_a + \frac{6\mu U_1 x}{\alpha^2 a(a-x)}\left[1 - \frac{Q}{\alpha U_1}\frac{2a-x}{a(a-x)}\right]$$

Suy ra áp lực tác dụng lên bản phẳng:

$$P = \int_0^l (p - p_a)dx = C_p \frac{\mu U_1 l^2}{h_2^2};$$

$$C_p = \frac{6}{(\eta-1)^2}\left[\lg\eta - 2\frac{\eta-1}{\eta+1}\right] \text{ - hệ số nâng, } \eta = \frac{h_1}{h_2}$$

Để tính lực cản F, ta phải tính ứng suất tiếp $\tau = \mu\frac{du}{dy}$, u lấy từ phân bố vận tốc chuyển động Cu-ét (5.7). Từ đó thay y = h(x), ta có $\tau = \tau_h$. Lực cản tính theo 1 đơn vị bề rộng đối với bản phẳng chuyển động là:

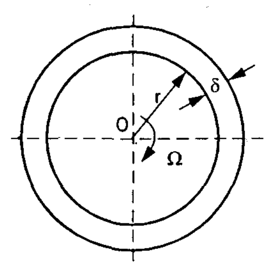
$$F = \int_0^l \tau_h dx = C_f \frac{\mu U_1 l}{h_2}$$

$$C_f = \frac{2}{\eta-1}\left[2\lg\eta - 3\frac{\eta-1}{\eta+1}\right] \text{ - hệ số cản}$$

Hệ số ma sát: $f = \frac{F}{P} = \frac{C_f}{C_p}\frac{h_2}{l}$

3. Bôi trơn ổ trục

Tính lực ma sát và mô men của nó giữa trục và lớp dầu bôi trơn theo Pêtơrốp (hình 5.10). Gọi r - bán kính trục; l - chiều dài trục; lớp dầu dày δ. Khi trục quay với vận tốc u = rΩ thì chất điểm dầu bám trên mặt trục cũng chuyển động với vận tốc đó, còn trên ổ trục bằng 0.



Hình 5.10

Ứng suất tiếp của lớp dầu: $\tau = \mu\frac{du}{dr}$

Diện tích tiếp xúc giữa lớp dầu và mặt trục: $S = 2\pi r l$

Lực ma sát: $T = \tau.S = 2\pi r l\mu\frac{du}{dr} = 2\pi r l\mu\frac{u}{\delta}$

Mômen lực ma sát: $M = T.r = 2\pi r l\mu\frac{\pi n r}{30\delta} = \frac{\mu\pi^2 r^3 n l}{15\delta}$,

vì $u = r\Omega$, $\Omega = \frac{\pi n}{30}$

Do lệch tâm khi quay trục, nên phải nhân các kết quả trên với hệ số hiệu chỉnh:

$$\beta = \frac{2(1+2C^2)}{(2+C^2)\sqrt{1-C^2}}; \quad C = \frac{e}{\delta}$$

(Có thể tham khảo lời giải chính xác của bài toán bôi trơn ổ trục ở [1], trang 191-196).

Chương 6
CHUYỂN ĐỘNG MỘT CHIỀU CỦA CHẤT KHÍ

Nghiên cứu chuyển động một chiều của chất lỏng nén được - chất khí, nghĩa là $\rho \neq$ const, nó thay đổi theo áp suất p và nhiệt độ T. Khi đó các phương trình có thay đổi.

§6.1. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHẤT KHÍ

1. Phương trình trạng thái

Cho ta mối quan hệ giữa trọng lượng riêng $\gamma = \rho g$, áp suất và nhiệt độ. Đối với chất khí hoàn hảo, ta có:

$$\frac{p}{\gamma} = RT \tag{6.1}$$

Trong đó: R - hằng số chất khí, với không khí: R = 29,27mol/độ.

Biểu thức (6.1) vẫn còn phức tạp để áp dụng vào kĩ thuật, nên người ta cần tìm những quan hệ đơn giản hơn, phụ thuộc vào quá trình chuyển động.

Quá trình đẳng nhiệt (T = const): $p = c\gamma$.

Quá trình đoạn nhiệt: $p = c\gamma^k$ (6.2)

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\text{Nhiệt dung đẳng áp}}{\text{Nhiệt dung đẳng tích}}$$ với không khí k = 1,4

Quá trình này được áp dụng trong kĩ thuật.

Ta có: $C_p - C_v = AR$, A - đương lượng nhiệt của công.

Từ (6.1) và (6.2) suy ra:
$$\frac{\gamma}{\gamma_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \tag{6.3}$$

Một cách tổng quát, ta có quá trình đa biến:

$$p = c\gamma^n$$

Trong đó: n - chỉ số của quá trình.

2. Phương trình lưu lượng

Ta có dạng giống như đối với chất lỏng:

$$G = \gamma Q = \text{const};\ \gamma_1 v_1 \omega_1 = \gamma_2 v_2 \omega_2$$

hay là:
$$\frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dv}{v} + \frac{d\omega}{\omega} = 0$$

3. Phương trình Bécnuli đối với dòng nguyên tố của chất khí lí tưởng, chuyển động dừng (4.14)

$$z + \int \frac{dp}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{const}$$

Xét quá trình đoạn nhiệt: $p = c\gamma^k$; $\int \frac{dp}{\gamma} = \frac{k}{k-1}\frac{p}{\gamma}$

Vậy phương trình Bécnuli có dạng:

$$z + \frac{k}{k-1}\frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = C \rightarrow z_1 + \frac{k}{k-1}\frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{k}{k-1}\frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{u_2^2}{2g} \qquad (6.4)$$

Đối với quá trình đẳng nhiệt:

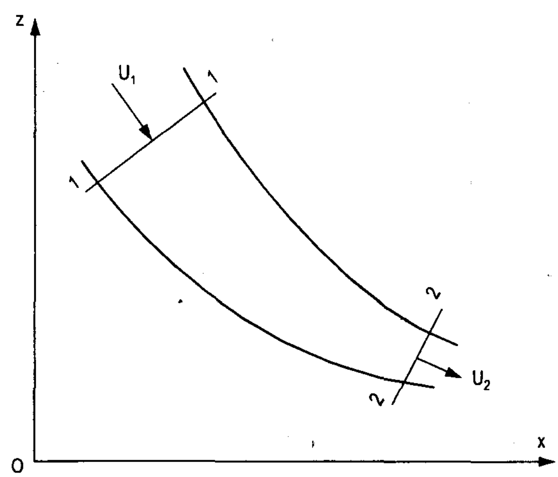
$$z + \frac{p_o}{\gamma_o}\ln p + \frac{u^2}{2g} = const$$

4. Phương trình entanpi

Thành lập cho dòng nguyên tố của chất khí lí tưởng, chuyển động dừng. Khảo sát sự biến thiên năng lượng trong khối khí từ 1-1 đến 2-2 sau khoảng thời gian dt trong hệ toạ độ cố định (hình 6.1). Dựa vào định luật bảo toàn năng lượng: năng lượng thu vào hay sinh ra bằng biến thiên năng lượng của thể tích chất khí, nghĩa là:

lượng

Nhiệt hấp thụ + Công của áp lực = Thế năng + Động năng + Nội năng + Công cơ học + Công ma sát.



Hình 6.1

Viết cho một đơn vị trọng lượng chất khí:

hấp thụ $$\frac{Q}{A} + \frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2} = (z_2 - z_1) + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{U_2 - U_1}{A} + L + L_{ms}$$

Nhiệt lượng $Q = Q_n$ (toả nhiệt ra ngoài) + Q_t (nội nhiệt do ma sát).

$Q_t = AL_{ms}$. Tiếp tục biến đổi phương trình trên dựa vào các biểu thức sau đây:

$$\frac{p}{\gamma} = RT \; ; \; C_pT - C_vT = ART \rightarrow \frac{C_pT}{A} - \frac{C_vT}{A} = RT = \frac{p}{\gamma}$$

$$\frac{C_pT}{A} = \frac{p}{\gamma} + \frac{C_vT}{A}$$

$i = C_pT$ - entanpi   hàm nhiệt   nhiệt hàm.

$$\frac{i}{A} = \frac{p}{\gamma} + \frac{U}{A}$$

$U = C_v T$ - nội năng.

Nếu xét quá trình đoạn nhiệt ($Q_n = 0$) và bỏ qua công cơ học ($L = 0$), ta sẽ được phương trình entanpi.

$$i_1 + A\frac{u_1^2}{2g} = i_2 + A\frac{u_2^2}{2g} \qquad (6.5)$$

nghĩa là tổng entanpi và động năng là một đại lượng không đổi.

§6.2. CÁC THÔNG SỐ DÒNG KHÍ

1. Vận tốc âm

Theo định nghĩa: $a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{gdp}{d\gamma}}$

Xét $p = c\gamma^k$, $a = \sqrt{kg\frac{p}{\gamma}} = \sqrt{kgRT}$

Như vậy $a \sim \sqrt{T}$: vận tốc âm phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối.

Chẳng hạn: $t = 15^oC$: $T = 273 + 15 \approx 288^oK$, $k = 1,4 \rightarrow a = 341$ m/s.

Để so sánh vận tốc dòng chảy v với vận tốc âm a ông Mắc (người Áo) đưa vào số Mắc: M = v/a.

Số Mắc là tiêu chuẩn quan trọng để đánh giá mức độ ảnh hưởng của tính nén được đến chuyển động, nó là tiêu chuẩn quan trọng của hai dòng khí tương tự.

M < 1: dòng dưới âm

M = 1: dòng quá độ.

M > 1: dòng trên âm (siêu âm)

Trong dòng khí trên âm (M > 1) thường xảy ra hiện tượng sóng va (sóng va thẳng và sóng va xiên). Đó là một vấn đề rất thú vị, được nghiên cứu trong các giáo trình nhiều giờ hay chuyên đề [1].

2. Dòng hãm, dòng tới hạn

Khi chất khí ở trạng thái tĩnh v = 0, người ta nói chất khí ở trạng thái hãm, còn p_o, T_o, ρ_o... gọi là các thông số dòng hãm.

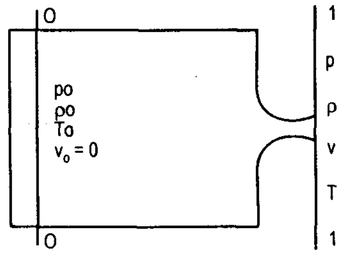
Tìm mối liên hệ giữa các thông số dòng hãm với các thông số dòng khí. Từ phương trình entanpi (6.5) viết cho dòng hãm.

$$C_p T_o = C_p T + A\frac{u^2}{2g}$$

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{A}{2g}\frac{u^2}{C_p T} = 1 + \frac{1}{2\frac{C_p}{kRA}}\frac{u^2}{kgRT}$$

vì: $C_p - C_v = AR$, $a^2 = kgRT$, nên:

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{1}{\frac{2}{k-1}} M^2 = 1 + \frac{k-1}{2} M^2$$



Hình 6.2

Biến đổi theo (6.3) sẽ được: $$\frac{p_o}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (6.6)$$

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Ta có thể tính được vận tốc cực đại của dòng khí từ bình chứa ra (hình 6.2).

Theo phương trình Becnuli (6.4) ta có:

$$\frac{k}{k-1}\frac{p_o}{\gamma_o} = \frac{k}{k-1}\frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$$

$$u = \sqrt{\frac{2gk}{k-1}\left(\frac{p_o}{\gamma_o} - \frac{p}{\gamma}\right)}$$

Từ biểu thức đó, ta thấy p giảm thì u tăng và p = 0 thì:

$$u = u_{max} = \sqrt{\frac{2gk}{k-1}\frac{p_o}{\gamma_o}} = \sqrt{\frac{2a_o^2}{k-1}} = \sqrt{\frac{2gk}{k-1}RT_o}$$

Đối với không khí: $u_{max} \approx 44,8\sqrt{T_o}$

Với $T_o = 300^o$ K; $u_{max} = 776$m/s

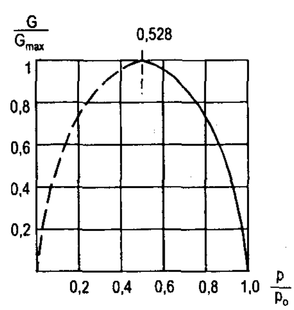
Khi vận tốc dòng khí bằng vận tốc âm: u = a, ta có trạng thái tới hạn. Lúc đó có các thông số của dòng tới hạn: $u_* = a_*$, p_*, ρ_*, T_*,...

Tìm mối liên hệ giữa các thông số dòng hãm và dòng tới hạn bằng cách từ các biểu thức (6.6) cho M = 1.

$$\frac{T_o}{T_*} = 1 + \frac{k-1}{2} = \frac{k+1}{2}$$

hay là: $$T_* = \frac{2}{k+1}T_o \ ; \ p_* = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} p_o; \quad (6.7)$$

$$\rho_* = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho_o$$



Hình 6.3

Tính lưu lượng trọng lượng từ bình chứa ra ngoài (hình 6.3).

$$G = \gamma u \omega$$

$$G = \omega\sqrt{2g\frac{k}{k-1}p_o\gamma_o\left[\left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

$$G_{max} = G_* u_* \omega$$

Trên hình 6.3 cho ta mối quan hệ giữa G/G_{max} và p/p_o.

Ngoài số Mắc, người ta còn đưa vào hệ số vận tốc $\lambda = \frac{u}{a_*}$, giữa chúng có mối liên hệ:

$$\lambda^2 = \frac{M^2(k+1)}{M^2(k-1)+2} \tag{6.8}$$

§6.3. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT KHÍ TRONG ỐNG PHUN

Xét chuyển động một chiều của chất khí trong các loại ống phun khác nhau. Ống phun là loại ống mà chất khí trong đó có thể thay đổi chế độ chuyển động dưới âm sang trên âm hay ngược lại.

1. Các phương trình thông số của ống phun

Viết các phương trình cơ bản dưới dạng vi phân:

- Phương trình trạng thái $dp = d(\gamma RT)$
- Phương trình lưu lượng trọng lượng: $dG = d(\gamma v\omega) = 0$.

Phương trình Bécnuli khi kể đến công cơ học và công ma sát:

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{dv^2}{2g} + dL + dL_{ms} = 0$$

- Phương trình năng lượng: $\frac{dQ}{A} = d\left(\frac{p}{\gamma}\right) + \frac{dv^2}{2g} + \frac{dU}{A} + dL + dL_{ms}$

Trong 4 phương trình có 5 thông số: ρ, p, v, U, T và 5 yếu tố tác dụng lên dòng chảy ω, G, Q, L, L_{ms}.

Vì vậy từ 4 phương trình trên cùng với công thức tính nội năng $U = C_vT$, ta khử 4 thông số để thành lập phương trình liên hệ giữa thông số còn lại, chẳng hạn như vận tốc v, với 5 yếu tố. Kết quả cuối cùng ta được:

$$(M^2-1)\frac{dv}{v} = \frac{d\omega}{\omega} - \frac{dG}{G} - \frac{g}{a^2}\frac{k-1}{A}dQ - \frac{kg}{a^2}dL - \frac{kg}{a^2}dL_{ms} \tag{6.9}$$

Ở đây ta chỉ xét chủ yếu sự tăng vận tốc của dòng chảy trong ống phun (từ dòng dưới âm sang dòng trên âm), nên ta xét phương trình (6.9) tương ứng với các trường hợp riêng, nghĩa là xem như trong dòng chảy chỉ có một yếu tố ảnh hưởng, còn các yếu tố khác có thể bỏ qua.

2. Ống phun hình học (ống Lavan, năm 1883)

Chỉ có tiết diện thay đổi ($d\omega \neq 0$), còn các yếu tố khác bỏ qua ($dG = dQ = dL = dL_{ms} = 0$). Từ phương trình (6.9) suy ra:

$$(M^2-1)\frac{dv}{v} = \frac{d\omega}{\omega}$$

Xét trường hợp tăng tốc $dv > 0$.

Nếu $v < a$, $M < 1$ thì $d\omega < 0$: diện tích thu hẹp.

$v = a$, $M = 1$, $d\omega = 0$: diện tích không đổi gọi là mặt cắt tới hạn ω.

$v > a$, $M > 1$, $d\omega > 0$: diện tích mở rộng.

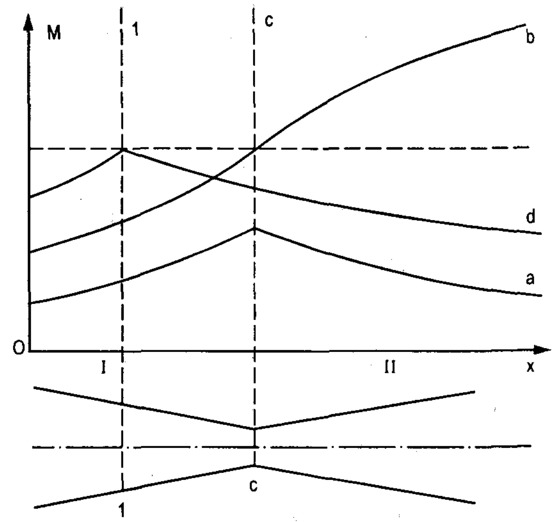
Như vậy ống phun hình học hay mang tên nhà thiết kế Lavan có dạng hình 6.4.

Có 2 chú ý quan trọng:

a) Sự thay đổi tiết diện ở gần mặt cắt tới hạn c-c ảnh hưởng rất lớn đến vận tốc v. Chẳng hạn như tiết diện ω thay đổi 1% thì số Mắc M thay đổi từ 0,9 đến 1.

b) Dòng chất khí chuyển từ dưới âm sang trên âm chỉ có thể xảy ra với điều kiện là $v = a$ tại mặt cắt nhỏ nhất c-c (hình 6.4).

Ta nhận xét thêm rằng ở dòng khí trên âm, khi tiết diện tăng, vận tốc cũng tăng. Đó là khác biệt nổi bật khi so sánh dòng nước và dòng khí chuyển động trong ống thẳng tiết diện biến đổi.



Hình 6.4

3. Ống phun lưu lượng

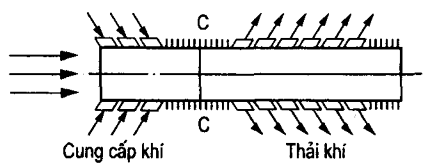
Chỉ làm thay đổi lưu lượng $dG \neq 0$, nên phương trình (6.9) có dạng:

$$(M^2 - 1)\frac{dv}{v} = -\frac{dG}{G}$$

Xét trường hợp tăng tốc $dv > 0$.

- Khi $M < 1$; $dG > 0$: hút khí vào để G tăng:
- Khi $M = 1$; $dG = 0$
- Khi $M > 1$; $dG < 0$; thải khí ra để G giảm

Vậy, ống phun lưu lượng có dạng hình 6.5.



Hình 6.5

4. Ống phun nhiệt (hình 6.6)

Trong trường hợp này $dQ \neq 0$ còn $d\omega = dG = dL = dL_{ms} = 0$. Phương trình của ống phun nhiệt có dạng:

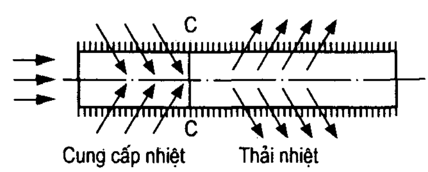
$$(M^2 - 1)\frac{dv}{v} = -\frac{g}{a^2}\frac{k-1}{A}dQ$$

Xét $dv > 0$:

$M < 1$ nếu $dQ > 0$ (cung cấp nhiệt).

$M = 1$ nếu $dQ = 0$.

$M > 1$ nếu $dQ < 0$ (lấy nhiệt ra).



Hình 6.6

Như vậy, về nguyên lí làm việc của hai loại ống phun lưu lượng và ống phun nhiệt giống nhau, bởi vì việc cung cấp nhiệt vào và lấy nhiệt ra cũng có tác dụng giống như việc cung cấp và thải khí trong ống hình trụ.

5. Ống phun cơ học

Chỉ có $dL \neq 0$, còn $d\omega = dG = dQ = dL_{ms} = 0$.

Phương trình ống phun cơ học có dạng:

$$(M^2 - 1)\frac{dv}{v} = -\frac{kg}{a^2}dL$$

Xét $dv > 0$:

$M < 1$ nếu $dL > 0$ (dòng khí sinh công).

$M = 1$ nếu $dL = 0$

$M > 1$ nếu $dL < 0$ (dòng khí nhận công).

Như vậy trong trường hợp tăng tốc với $M < 1$ khi $dL > 0$, nghĩa là dòng khí trong ống hình trụ sinh công như làm quay tuabin. Với $M > 1$ khi $dL < 0$, nghĩa là công cơ học truyền cho dòng khí nhờ máy nén hay quạt chẳng hạn.

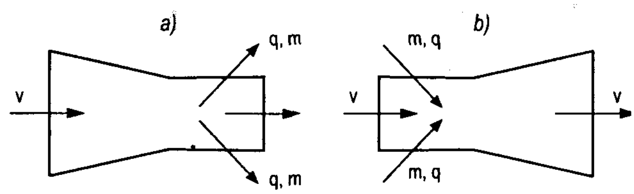
6. Ống phun ma sát

$dL_{ms} \neq 0$, $d\omega = dG = dQ = dL = 0$

Trong trường hợp này phương trình có dạng:

$$(M^2 - 1)\frac{dv}{v} = -\frac{kg}{a^2}dL_{ms}$$

Nếu dòng chảy có ma sát thì dòng khí trong ống sẽ sinh công để thắng lực ma sát, nên công của lực ma sát luôn luôn dương: $dL_{ms} > 0$, do đó vế phải của phương trình trên luôn luôn âm.



Hình 6.7

Khi $M < 1$ thì $dv > 0$

$M > 1$ thì $dv < 0$

Nghĩa là khi dòng dưới âm thì lực ma sát làm tăng vận tốc còn khi dòng trên âm, thì lực ma sát làm giảm vận tốc.

Kết luận: Trừ ống phun ma sát, trong những ống phun còn lại muốn tăng vận tốc dòng chảy phải có tác dụng ngược (như ống phun hình học đầu tiên diện tích thu hẹp, sau đó mở rộng). Đó là nguyên lí "tác dụng ngược".

Ngoài ra còn có các loại ống phun hỗn hợp như hình học - lưu lượng, hình học - cơ học, lưu lượng - nhiệt v.v... (hình 6.7).

§6.4. TÍNH TOÁN DÒNG KHÍ BẰNG CÁC HÀM KHÍ ĐỘNG VÀ BIỂU ĐỒ

Hàm khí động là hàm có dạng f(k,...λ) hay f (k, M). Với giá trị k nhất định và các giá trị hệ số vận tốc λ và M, người ta tính giá trị các hàm đó và lập thành bảng, hay vẽ các biểu đồ. Nhờ các bảng hàm khí động (bảng 3, phần phụ lục) và biểu đồ đó, có thể tính các thông số dòng khí một cách thuận tiện.

Có thể nêu ra những ưu điểm của phương pháp này:

- Rút ngắn các quá trình tính toán.
- Đơn giản rất nhiều các phép biến đổi khi cùng giải nhiều phương trình, nghĩa là tìm được lời giải chung của những bài toán phức tạp.
- Biết một cách định tính cơ bản những quy luật của chuyển động và mối liên quan giữa các thông số của dòng khí.

1. Tính các thông số dòng khí

Từ (6.6) và (6.8) ta tìm được các hàm khí động sau đây:

$$\tau(\lambda) = \frac{T}{T_o} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)$$

$$\pi(\lambda) = \frac{p}{p_o} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\rho}{\rho_o} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Ví dụ 1: Trong mặt cắt 1-1 ở phần dưới âm của ống Lavan lí tưởng cho $p_1 = 16\text{kG/cm}^2$; $T_{01} = 400^o\text{K}$, $\lambda_1 = 0{,}6$. Tính λ_2 và p2 ở 2-2. Biết $T_2 = 273^o\text{K}$

Giải: Trong ống phun Lavan lí tưởng: $T_{02} = T_{01}$

$$p_{02} = p_{01}\ (T_0 = \text{const},\ p_0 = \text{const})$$

Tìm λ_2 : $$\tau(\lambda_2) = \frac{T_2}{T_{02}} = \frac{T_2}{T_{01}} = \frac{273}{400} = 0{,}6825$$

Tra bảng 3 tìm được $\lambda_2 = 1{,}38$. Vậy tiết diện 2-2 ở phần ống trên âm.

Tìm p_2: $$\pi(\lambda) = \frac{p}{p_o} \rightarrow \frac{p_1}{\pi(\lambda_1)} = \frac{p_2}{\pi(\lambda_2)}$$

$$p_2 = p_1\frac{\pi(\lambda_2)}{\pi(\lambda_1)} = p_1\frac{\pi(1{,}38)}{\pi(0{,}6)} = 16\cdot\frac{0{,}2628}{0{,}8053} = 5{,}23\text{kG}/\text{cm}^2$$

2. Tính lưu lượng

$$G = \gamma\omega v$$

Từ các biểu thức $\gamma = f(p_o, k, \lambda)$ và $v = \lambda.a_*$, ta có:

$$G = \omega \frac{p_o}{\sqrt{T_o}} \cdot B.q(\lambda)$$

Trong đó: $B = \sqrt{\frac{kg}{R}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = 0,4$ với k = 1,4

$$q = \frac{\rho v}{(\rho v)_*} = f(\lambda)$$

q - lưu lượng dẫn suất, hàm khí động lưu lượng.

Tính lưu lượng qua áp suất tĩnh p:

$$p_o = \frac{p}{\pi(\lambda)}$$

$$G = \omega \frac{p}{\sqrt{T_o}} By(\lambda)$$

$y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)}$ một hàm khí động nữa

Ví dụ 2:

Tính λ_2, p_2 ở miệng ra của ống giảm tốc, nếu biết ở miệng vào ống giảm tốc:

$p_{01} = 3$ kG/cm^2; $\lambda_1 = 0,85; \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2,5$ và hệ số áp suất toàn phần

$$\delta = \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,94$$

Giải: Từ công thức tính lưu lượng:

$$\omega_1 \frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} q(\lambda_1) = \omega_2 \frac{p_{02}}{\sqrt{T_{02}}} q(\lambda_2)$$

Bỏ qua sự trao đổi nhiệt qua thành ống giảm tốc, ta có $T_{02} = T_{01}$, suy ra:

$$q(\lambda_2) = \frac{1}{\sigma} \frac{\omega_1}{\omega_2} q(\lambda_1)$$

Tra bảng 3: $q(\lambda_1) = q(0,85) = 0,9729$

Nên $q(\lambda_2) = 0,413 \Rightarrow \lambda_2 = 0,27$ và $\pi(\lambda_2) = 0,9581$

$p_2 = p_{02}\pi(\lambda_2) = \sigma p_{01}\pi(\lambda_2) = 0,94.3.0,9581 = 2,7\,\text{kG/cm}^2$

3. Tính xung lực

$$I = \frac{G}{g} v + p\omega = \frac{G}{g}\left(v + \frac{p}{\rho v}\right) = \frac{k+1}{2k} \frac{G}{g} a.Z(\lambda)$$

Với $Z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}$

Vậy biết λ (bằng số hay biểu thức) hay f(λ, k) tra bảng hay đồ thị sẽ tìm được f(λ, k) hay λ khác.

4. Kết luận

Để kết luận phần này ta điểm lại các hàm khí động và các biểu thức liên hệ giữa chúng với nhau.

a) Các hàm đơn giản biểu thị mối liên hệ giữa các thông số hãm:

$$\tau(\lambda) = 1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2; \ \pi(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\varepsilon(\lambda) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

và:
$$\pi(\lambda) = \tau(\lambda)\varepsilon(\lambda)$$

b) Các hàm biểu diễn lưu lượng khí qua áp suất toàn phần:

$$q(\lambda) = c\lambda\varepsilon(\lambda)$$

hay là qua áp suất tĩnh:

$$y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)} = c\frac{\lambda}{\tau(\lambda)}$$

Nhờ các hàm đó ta có được hai biểu thức tính lưu lượng khí:

$$G = B\omega\frac{p_o}{\sqrt{T_o}}q(\lambda) = B\omega\frac{p}{\sqrt{T_o}}y(\lambda)$$

c) Nhờ hàm:

$$z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}$$

ta có thể biểu diễn xung lực dòng khí dưới dạng tích giữa nhiệt độ hãm và lưu lượng khí:

$$I = \frac{G}{g}v + p\omega = \frac{k+1}{2k}\cdot\frac{G}{g}a_* \, z(\lambda)$$

d) Xung lực dòng khí biểu diễn qua áp suất toàn phần và áp suất tĩnh nhờ các hàm f(λ) và r (λ):

$$f(\lambda) = \frac{1}{c}q(\lambda)z(\lambda); \ r(\lambda) = c\frac{1}{y(\lambda)z(\lambda)}$$

bằng các biểu thức sau:

$$I = p_o\omega f(\lambda) = \frac{p\omega}{r(\lambda)}$$

Hằng số c trong các công thức trên:

$$c = \frac{1}{\varepsilon(1)} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

bằng 1,577 đối với k = 1,4 và 1,588 đối với k = 1,33.

e) Các hàm $q(\lambda, \alpha)$, $y(\lambda, \alpha)$ và $z(\lambda, \alpha)$ cho phép áp dụng phương pháp tính toán và các công thức trên cho trường hợp chuyển động của chất khí có thành phần vận tốc hướng kính hay tiếp tuyến.

g) Khi giải một số bài toán cũng dùng đạo hàm của các hàm khí động. Bằng cách vi phân và qua một số phép biến đổi ta có thể nhận được biểu thức của chúng qua các hàm cơ bản.

Ví dụ:

$$\frac{d\pi(\lambda)}{d\lambda} = -k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} q(\lambda)$$

$$\frac{dq(\lambda)}{d\lambda} = q(\lambda)\left[\frac{1}{\lambda} - \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} y(\lambda)\right] \text{v.v...}$$

Ý nghĩa của các phương trình cơ bản biểu diễn qua hàm khí động.

Từ các ví dụ ở trên ta thấy rằng ưu việt cơ bản của các biểu thức hàm khí động là ở chỗ nó chứa các thông số của dòng chảy mà sự thay đổi của chúng có thể dễ dàng thiết lập từ những điều kiện của bài toán. Ví dụ như sự không đổi của nhiệt độ hãm T_0 trong chuyển động đoạn nhiệt và việc tăng T_0 khi cung cấp nhiệt; việc bảo toàn áp suất toàn phần p_0 trong chuyển động đẳng entrôpi và sự giảm p_0 khi có tổn thất v.v... Bằng cách chọn các biểu thức thích hợp cho lưu lượng hay xung lực có thể dẫn tới công thức chứa ít nhất những thông số chưa biết và thường tìm được ẩn số trực tiếp từ các phương trình cơ bản mà không cần những biến đổi phức tạp.

Ta nêu ra một số quy tắc chung giúp ích cho việc giải các phương trình dưới dạng tổng quát nhờ các hàm khí động.

Trong tất cả các trường hợp khi nhận được biểu thức tổng quát hay biểu thức bằng số của hệ số vận tốc λ hoặc của một hàm khí động bất kì nào ta đều có thể coi là tất cả các hàm khí động và hệ số vận tốc đã biết (từ bảng hay đồ thị). Đó là điều kiện cơ bản để đơn giản việc tính toán, bởi vì nó loại trừ sự cần thiết phải viết dưới dạng cụ thể sự phụ thuộc giữa λ và các hàm của nó. Trong khi tính bằng số cần chú ý rằng các hàm $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$ trong miền vận tốc nhỏ và các hàm $q(\lambda)$, $z(\lambda)$, $f(\lambda)$ trong miền vận tốc gần âm thay đổi rất ít khi λ thay đổi. Bởi vậy trong các miền đó chỉ cần sai số nhỏ của hàm cũng dẫn đến sai số lớn của hệ số vận tốc λ. Do đó trong các trường hợp đó nên cố gắng dùng các phương trình chứa các hàm $y(\lambda)$, $r(\lambda)$, còn nếu không được như vậy phải tính toán rất chính xác. Tất nhiên trong các miền đó không nên tính λ theo các hàm trên bằng đồ thị. Đặc biệt đối với hàm $z(\lambda)$ chỉ thay đổi có 10% trong khoảng λ lớn (từ 0,65 đến 1,55). Vì vậy để tìm λ theo giá trị hàm z(λ) trong miền chuyển động gần âm có thể tính trực tiếp từ phương trình:

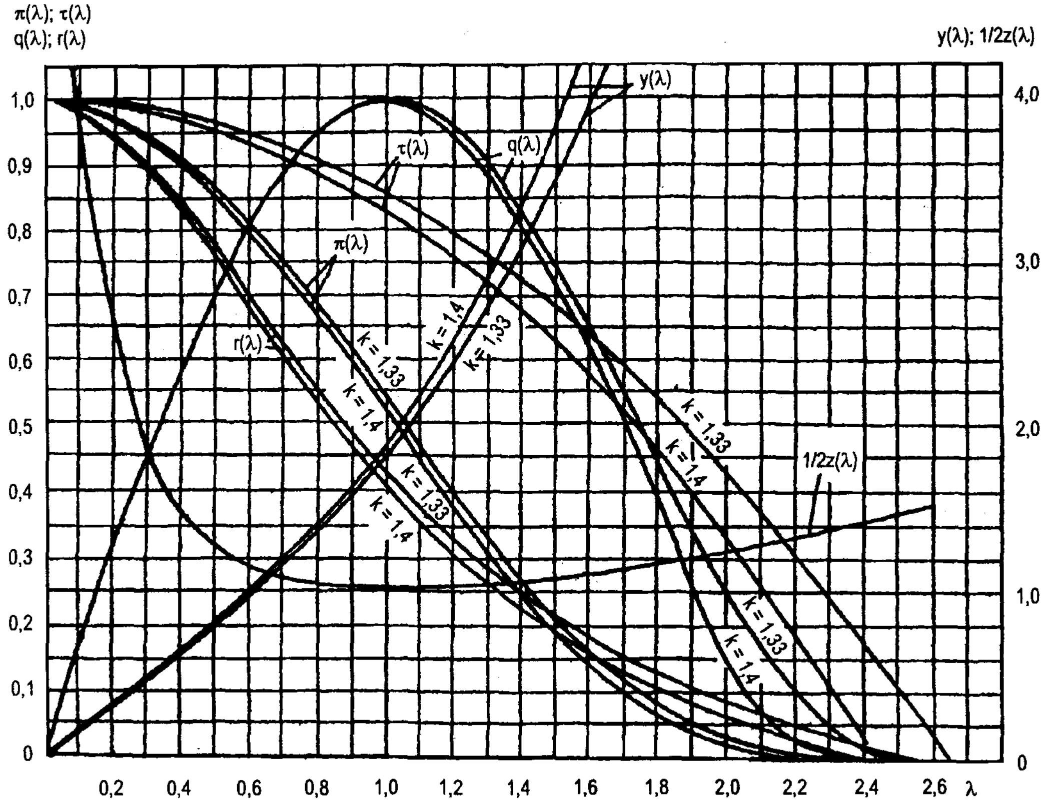
$$\lambda + \frac{1}{\lambda} = z(\lambda)$$

từ đó:
$$\lambda = \frac{z(\lambda) \pm \sqrt{z^2(\lambda) - 4}}{2} = \frac{2}{z(\lambda) \mp \sqrt{z^2(\lambda) - 4}}.$$

Để tránh sai số do khi trừ hai giá trị gần bằng nhau ta tìm nghiệm trên âm theo biểu thức đầu tiên, còn nghiệm dưới âm theo biểu thức thứ hai.

Qua các ví dụ đã khảo sát ta thấy phương pháp tính toán nhờ các hàm khí động rất có hiệu lực để giải các bài toán tương đối phức tạp và có ý nghĩa thực tế kĩ thuật.

Đồ thị các hàm khí động có dạng sau đây (hình 6.8):



Hình 6.8

Chương 7
TÍNH TOÁN THỦY LỰC ĐƯỜNG ỐNG

Đường ống dùng để vận chuyển chất lỏng từ nơi này đến nơi khác hay là phương tiện truyền cơ năng của chất lỏng. Vận tải đường ống còn là một ngành khá phát triển. Nghiên cứu chương này để thiết kế, kiểm tra hoặc điều chỉnh hệ thống đường ống sẵn có cho phù hợp với yêu cầu về cột áp và lưu lượng, ít gây tổn thất năng lượng.

§7.1. CƠ SỞ LÍ THUYẾT ĐỂ TÍNH TOÁN ĐƯỜNG ỐNG

1. Phân loại

Dựa vào tổn thất năng lượng h_w, chia đường ống thành hai loại:

- Ống dài: h_d là chủ yếu, bỏ qua h_c và cột áp vận tốc $\frac{v^2}{2g}$, $h_c < 10\% \, h_w$, thường $l >> d$ (hàng 1000 lần).

Ống ngắn: $h_c > 10\% \, h_w$

Dựa vào lưu lượng Q người ta chia thành: đường ống đơn giản là đường ống có đường kính d và Q không đổi dọc theo chiều dài và đường ống phức tạp: d hay Q thay đổi, nghĩa là gồm nhiều đường ống đơn giản ghép nối lại, nên việc tính toán ống đơn giản sẽ là cơ sở cho việc tính toán ống phức tạp.

2. Công thức tính

- Phương trình Bécnuli đối với chất lỏng thực (h_w - tổn thất cột áp = tổn thất năng lượng đơn vị):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_w \,;$$

hay là: $$H_1 = H_2 + h_w$$

Ký hiệu:

$$H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \quad \text{- cột áp đầu ống}$$

$$H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \quad \text{- cột áp cuối ống}$$

- Phương trình lưu lượng: $Q = v\omega$

- Công thức tính h_w: $h_d = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$; $h_c = \zeta \frac{v^2}{2g}$

Dựa vào các phương trình trên suy ra công thức chung: $f(H_1, H_2, d, Q, l) = 0$.

3. Bốn bài toán cơ bản về đường ống đơn giản

Gọi l - chiều dài đường ống, $n = \frac{\Delta}{d}$ - độ nhám tương đối.

a) Tính H_1 khi biết H_2, Q, l, d, n

Từ phương trình Bécnuli:

$$H = H_1 - H_2 = h_w = \left(\sum\zeta + \lambda\frac{l}{d}\right)\frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4} \tag{7.1}$$

Suy ra:

$$H_1 = \left(\sum\zeta + \lambda\frac{l}{d}\right)\frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4} + H_2$$

b) Tính Q biết H_1, H_2, l, d, n

Giải bằng 2 phương pháp:

- Phương pháp cột áp tới hạn (H_c) khi không có cản cục bộ. Ta có:

$$H_c = \frac{32\nu^2 l}{gd^3}Re$$

Nếu $H = H_1 - H_2 < H_c$: chất lỏng chảy tầng: $\lambda = 64/Re$

Từ (7.1) có: $$H = \frac{128\nu l}{\pi g d^4}Q \to Q = H\frac{\pi g d^4}{128\nu l}$$

Nếu $H > H_c$: chảy rối, nên tính λ bằng phương pháp thử dần.

- Phương pháp biểu đồ (cho cả $\sum\zeta \neq 0$).

Cho các trị số Q, vẽ H(Q) theo công thức (7.1). Từ biểu đồ đó, khi cho H sẽ có Q tương ứng.

c) Tính d, biết l, H_1, H_2, Q, n

Từ công thức (7.1) suy ra $d^4 = \frac{8}{\pi^2 gH}\left(\sum\zeta + \lambda\frac{l}{d}\right)Q^2$

Tìm d bằng thử dần: $$\begin{cases} y_1 = d^4; \\ y_2 = \frac{8}{\pi^2 gH}\left(\sum\zeta + \lambda\frac{l}{d}\right)Q^2 \end{cases}$$

Giao điểm 2 đường cong đó chiếu xuống hoành độ là d cần tìm.

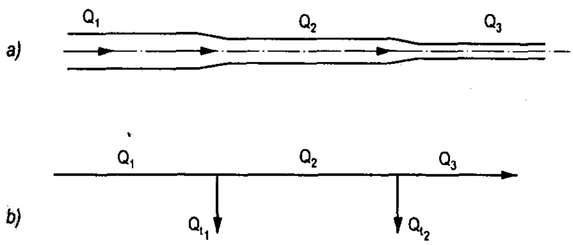
d) Tính d, H_1, biết H_2, Q, l, n

Tính trước d theo v_{kt} (v_{kt} = 1m/s) hay v_{tb}. Sau tính H_1 như bài toán 1.

§7.2. TÍNH TOÁN THUỶ LỰC ĐƯỜNG ỐNG NGẮN PHỨC TẠP

Dựa trên cơ sở tính toán đường ống đơn giản

1. Đường ống nối tiếp, tìm quan hệ giữa H và Q



Hình 7.1

Đặc điểm thuỷ lực (hình 7.1): $Q = Q_1 = Q_2 = ... = Q_n$

$H = H_1 + H_2 + ... + H_n$

Chọn nguồn H thích hợp:

Từ (7.1):

$$H_1 = \left(\sum\zeta + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\right)\frac{8}{\pi^2 d_1^4 g} Q_1^2 \equiv S_1 Q_1^2$$

$$H_2 = S_2 Q_2^2$$

......

suy ra: $H = (S_1 + S_2 + ... + S_n)\, Q^2 = \sum S_i Q^2$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{2g} = \left(\frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g} = \boxed{\frac{8Q^2}{\pi^2 d^4 g} = \frac{v^2}{2g}}$$

Bằng phương pháp đồ giải: xây dựng đường quan hệ H - Q.

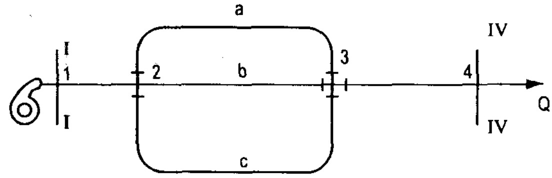
2. Đường ống nối song song

Đặc điểm thuỷ lực (hình 7.2)

$Q = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n$

$H = H_1 = H_2 = ... = H_n$

$= S_1 Q_1^2 = S_2 Q_2^2 = ... = S_n Q_n^2$



Hình 7.2

Suy ra: $$Q_2 = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} Q_1$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{S_1}{S_3}} Q_1$$

....

$$Q = \left(1 + \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} + \sqrt{\frac{S_1}{S_3}} + \ldots + \sqrt{\frac{S_1}{S_n}}\right) Q_1$$

$$H = H_1 = S_1 \frac{Q^2}{\left(1 + \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} + \ldots + \sqrt{\frac{S_1}{S_n}}\right)^2}$$

Tương tự, có thể giải bằng đồ giải.

3. Đường ống phân nhánh hở

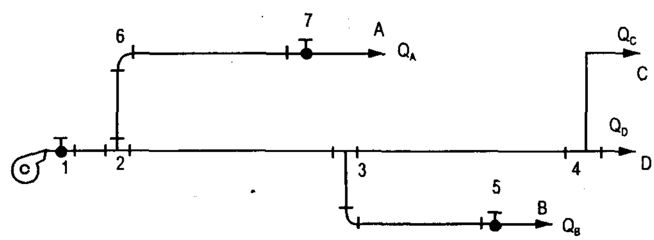
Giả sử ta có sơ đồ như hình 7.3.

A, B, C, D: vị trí của các điểm chất lỏng phân phối đến.

Các bước tính toán.

Bước 1:

Chọn đường ống cơ bản: là đường ống vận tải năng lượng của chất lỏng lớn nhất; thường chọn Q hay l dài nhất.



Hình 7.3

Bước 2: Tính toán thuỷ lực cho đường ống đã chọn.

Bước 3: Kiểm tra trên đường ống nhánh, xem với năng lượng đã tính có đủ tải cho một ống nhánh không? Không đủ, phải chọn lại, tính lại.

Xét cụ thể trên sơ đồ hình 7.3.

Bước 1: Giả sử ta chọn 1, 2, 3, 4, D.

Bước 2: Các số liệu đã cho ở tại A, B, C, D như Q, H, l, n: Q_A, Q_B, Q_C; H_A, H_B, H_C; l_A, l_B, l_C,......

Khi thiết kế: yêu cầu phải tính được d, H, Q.

Tính toán từ cuối đường ống trở lên nguồn.

$$Q_D = Q_{4\text{-}D} = Q - Q_A - Q_B - Q_C;$$

$$Q_{3\text{-}4} = Q - Q_A - Q_B$$

$$Q_{2\text{-}3} = Q - Q_A$$

$$Q_{1\text{-}2} = Q.$$

Đường kính:

$$d_{4-D} = 1{,}13\sqrt{\frac{Q_{4-D}}{v_{kt}}}$$

$$d_{3-4} = 1{,}13\sqrt{\frac{Q_{3-4}}{v_{kt}}}$$

$$d_{2-3} = 1{,}13\sqrt{\frac{Q_{2-3}}{v_{kt}}}$$

$$d_{1-2} = 1{,}13\sqrt{\frac{Q_{1-2}}{v_{kt}}}$$

Cột áp:

$$H_{4-D} = S_{4-D}Q_{4-D}^2$$

....

$$H_{1-2} = S_{1-2}Q_{1-2}^2$$

Bước 3: Kiểm tra

Đoạn 4-C: $H_4 - H_C \geq S_{4-C}.Q_C^2$

Đoạn 3-B: $H_3 - H_B \geq S_{3-B}.Q_B^2$

Đoạn 2-A: $H_2 - H_A \geq S_{2-A}.Q_A^2$

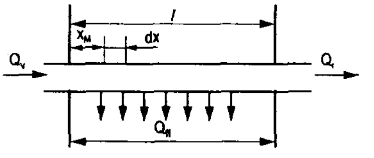
Nếu thoả mãn các biểu thức trên thì kết quả đúng, nếu không thì phải giải lại.

4. Đường ống phân phối liên tục

Có sơ đồ như hình 7.4.

$Q_{ff} = ql$ (q - lưu lượng trên 1 đơn vị dài).

$$Q_M = Q_v - \frac{Q_{ff}}{l}\cdot x = Q_r + Q_{ff} - \frac{Q_{ff}}{l}\cdot x$$



Hình 7.4

Tính tổn thất năng lượng dh trên dx (coi lưu lượng không đổi trên dx) theo (7.1) với $\sum\zeta = 0$.

$$dh = \frac{8}{\pi^2 g}\lambda\frac{dx}{d^5}(Q_r + Q_{ff} - \frac{Q_{ff}}{l}\cdot x)^2$$

Suy ra:

$$h_d = \int_o^l dh = \frac{8}{\pi^2 g}\lambda\frac{l}{d^5}\left(Q_r^2 + Q_r Q_{ff} + \frac{1}{3}Q_{ff}^2\right)$$

Chính là độ chênh cột áp.

Ngoài ra, có thể tính toán thuỷ lực đường ống dài phức tạp dựa trên cơ sở tính toán đường ống ngắn phức tạp bỏ qua $\sum h_c$ (xem Sổ tay Thuỷ lực).

§7.3. PHƯƠNG PHÁP DÙNG HỆ SỐ ĐẶC TRƯNG LƯU LƯỢNG K

1. Nội dung

Phương pháp này dùng để tính toán cho các ống dài, chảy rối và chảy đều.

Do ống dài nên $H = h_w \cong h_d = J.l$ $h_d = J.l = \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$

Trong đó: J - độ dốc thuỷ lực, l - chiều dài của ống. $\frac{h_d}{l}\cdot\frac{d.2g}{\lambda} = v^2$

Vận tốc của dòng chảy đều được xác định theo công thức Sêdi: $v = C\sqrt{RJ}$

Trong đó: R - bán kính thuỷ lực, C - hệ số Sêdi , $C = \frac{1}{4}\left(\frac{d}{4}\right)^y$ n $C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$

Trong đó: n - độ nhám tương đối, y - hệ số phụ thuộc R và n.

Do đó lưu lượng qua ống là: $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$

$$Q = \omega C\sqrt{RJ}$$

Đặt: $\omega C\sqrt{R} = K \rightarrow Q = K\sqrt{J}$ $R = \frac{d}{4}$

Cho J = 1 thì Q = K (m^3/s), có nghĩa K là lưu lượng của dòng chảy qua mặt cắt ướt khi độ dốc thuỷ lực bằng 1 đơn vị và được gọi là hệ số đặc trưng lưu lượng K = K (d, n).

Thay $J = \frac{h_d}{l}$ vào Q, ta có: $H = h_d = \frac{Q^2}{K^2}l$ (7.2)

Các trị số của K và $1/K^2$ được tính sẵn cho các loại đường ống có d và n khác nhau và lập thành bảng cho v > 1,2m/s - ứng với chảy rối hay là khu vực sức cản bình phương (xem bảng 4, phụ lục).

Ứng với chảy tầng: v ≤ 1,2m/s phải nhân (7.2) với hệ số hiệu chỉnh tổn thất a: $h_d = a\frac{Q^2}{K^2}l$.

v	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2
a	1,41	1,2	1,15	1,115	1,085	1,06	1,04	1,03	1,015	1

2. Ứng dụng để giải 4 bài toán cơ bản

a) $H_1 = ?\ H = H_1 - H_2 = h_d = \frac{Q^2}{K^2} l$

suy ra: $H_1 = \frac{Q^2}{K^2} l + H_2$

b) Q = ? Từ (7.2): $Q = K\sqrt{\frac{H}{l}}$

K tra bảng theo trị số d và n đã cho.

c) d = ? dùng bảng

Theo đầu bài ta tính được $K = Q\Big/\sqrt{\frac{H}{l}}$. Từ K đó và n đã cho, tra ngược lại tìm d trong bảng trị số K.

d) d, H_1 = ? chọn trước d theo v_{kt}. Sau dựa vào d đó và n tra bảng tìm K tương ứng. Từ K, Q, l tìm được H và H_1.

3. Ứng dụng để tính đường ống phức tạp

a) Đường ống nối tiếp: Q bằng nhau. $H = \sum H_i$

$$H = Q^2 \sum_{i=1}^{m} \frac{l_i}{K_i^2} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{H}{\sum \frac{l_i}{K_i^2}}}$$

b) Đường ống song song: H bằng nhau; $Q = \sum Q_i$

$$Q_1 = K_1\sqrt{\frac{H}{l_1}}; \ldots Q_m = K_m\sqrt{\frac{H}{l_m}}$$

Suy ra: $$Q = \sum_{i=1}^{m} Q_i = \sqrt{H} \sum_{i=1}^{m} \frac{K_i}{\sqrt{l_1}}$$

c) Đường ống phân phối liên tục

$$H = \frac{l}{K^2}(Q_r^2 + Q_r Q_{ff} + \frac{1}{3}Q_{ff}^2) \cong \frac{l}{K^2}(Q_r + 0,55Q_{ff})^2$$

Để tính toán mạng lưới đường ống dùng phương pháp Cross tương đối phổ biến.

§7.4. HIỆN TƯỢNG VA ĐẬP THUỶ LỰC TRONG ĐƯỜNG ỐNG

Ta nghiên cứu một hiện tượng đặc biệt trong đường ống do thay đổi áp suất đột ngột trong đó.

1. Hiện tượng

Va đập thuỷ lực (hay còn gọi là nước va) trong đường ống là hiện tượng thay đổi đột ngột áp suất trong đó do sự thay đổi vận tốc chuyển động của chất lỏng trong ống một cách đột ngột.

Va đập thuỷ lực xẩy ra khi ta đóng khóa nhanh, khi dừng tuabin, dừng bơm đột ngột v.v... Trong trường hợp này áp suất sẽ tăng rất nhanh do việc giảm nhanh vận tốc trong ống. Đó là hiện tượng va đập thuỷ lực dương. Áp suất có thể tăng gấp nhiều lần so với áp suất bình thường trong ống, do đó có thể làm vỡ ống nhất là trong các đường ống dài.

Va đập thuỷ lực cũng có thể xẩy ra khi mở khoá nhanh. Trong trường hợp này áp suất sẽ giảm nhanh do tăng đột ngột vận tốc. Đó là hiện tượng va đập thuỷ lực âm. Việc áp suất giảm có thể tạo ra trong đường ống chân không có hại.

Nguyên nhân của việc tăng hay giảm áp suất trong va đập thuỷ lực là do quán tính của khối chất lỏng chuyển động trong ống. Bất kì một sự thay đổi nào của vận tốc trong ống đều làm cho chất lỏng chuyển động nhanh lên hay chậm đi. Do đó trong chất lỏng chuyển động sẽ xuất hiện lực quán tính và chính các lực này sẽ gây nên sự tăng hay giảm áp suất.

Lần đầu tiên nhà bác học Nga Giucốpxki đã nghiên cứu hiện tượng va đập thuỷ lực và năm 1898 ông đã sáng lập nên lí thuyết va đập thuỷ lực.

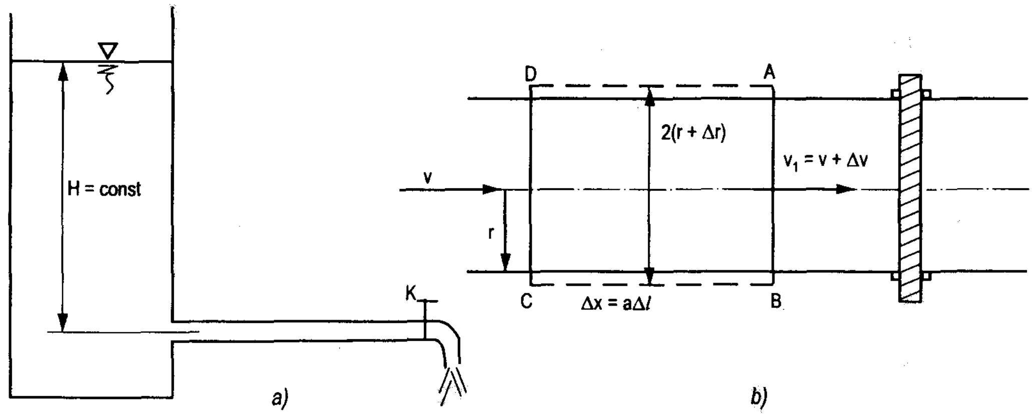
Ta khảo sát chất lỏng chuyển động từ bình chứa ra với vận tốc v trong ống dẫn có chiều dài l và đường kính $D = 2r$. Cuối ống có khoá K (hình 7.5a).

Giả sử tại thời điểm nào đấy do đóng khoá diện tích ω của ống giảm đi một đại lượng $\Delta\omega$. Khi đó vận tốc sẽ giảm một đại lượng Δv. Vận tốc giảm sẽ không xẩy ra ngay cho toàn ống. Lúc đầu vận tốc của lớp chất lỏng ngay sát khoá sẽ thay đổi. Sau đó vận tốc giảm sẽ truyền tuần tự từ lớp này đến lớp khác theo hướng từ khoá cho đến bể chứa (ngược dòng chảy) và sau một khoảng thời gian sẽ truyền hết toàn ống. Vận tốc giảm sẽ làm cho áp suất tăng, do đó làm chất lỏng bị nén và thành ống bị nở ra.

Giả sử đến thời điểm t sự tăng áp suất (sóng va) đã truyền đến tiết diện AB (hình 7.5b). Đến thời điểm $t + \Delta t$ nó di chuyển một đoạn Δx đến tiết diện CD. Nếu a là vận tốc truyền sóng va, thì:

$$\Delta x = a\Delta t \qquad \text{(a)}$$

Thời gian sóng va truyền từ khoá đến bể chứa và ngược lại gọi là pha va đập thuỷ lực.



Hình 7.5

$$t_1 = \frac{2l}{a}$$

Ta kí hiệu t_3 là thời gian đóng khoá.

Nếu $t_3 < t_1$, thì va đập thuỷ lực gọi là trực tiếp.

Trong trường hợp này sóng va truyền từ bình chứa về đến khoá khi khoá đã đóng. Trường hợp này có thể xẩy ra khi đường ống tương đối dài hay khi khoá đóng rất nhanh. Nếu $t_3 > t_1$, thì va đập thuỷ lực gọi là gián tiếp. Sóng va truyền từ bình chứa sẽ đến khoá trước khi khoá đóng. Hiện tượng này thường xẩy ra đối với ống ngắn hay khi khoá đóng chậm.

2. Công thức tính toán

Như ta vừa trình bày, điều quan trọng nhất trong va đập thủy lực là tính sự tăng áp suất Δp.

Khảo sát ống dẫn như trên hình 7.5. Nếu ta đột ngột đóng khoá nhưng chưa kín hoàn toàn, thì phía trước khoá do vận tốc chuyển động của chất lỏng giảm đột ngột nên trong ống sẽ xuất hiện sự tăng áp suất. Ta kí hiệu p và v - áp suất và vận tốc trong ống phía trước khoá trước khi có va đập thuỷ lực, nghĩa là khi khoá mở; còn p_1, v_1 - áp suất và vận tốc phía trước khoá khi xẩy ra va đập thuỷ lực trong trường hợp đóng khoá đột ngột nhưng chưa kín hoàn toàn.

Trong trường hợp này, dựa vào định lí biến thiên động lượng áp dụng cho khối chất lỏng chứa trong CBAD (hình 7.5b) ta có:

$$F\Delta t = m\Delta v$$

Trong đó: lực $F = \Delta p\omega$; khối lượng $m = \rho\omega\Delta x$. Thay các giá trị đó vào phương trình trên, ta được:

$$\Delta p = \rho \frac{\Delta x}{\Delta t}(v - v_1)$$

hay là theo biểu thức (a):

$$\Delta p = p_1 - p = \rho a(v - v_1) \qquad \text{(b)}$$

Đó là công thức Giucốpxki.

Từ công thức (b) suy ra sự tăng áp suất cực đại trong va đập thuỷ lực xẩy ra khi vận tốc giảm đến không ($v_1 = 0$), nghĩa là khi đóng khoá đột ngột và kín hoàn toàn. Khi đó:

$$\Delta p = \rho a v \qquad \text{(c)}$$

Công thức (c) ứng với va đập thuỷ lực dương, trực tiếp; còn va đập thuỷ lực dương, gián tiếp có thể dùng công thức:

$$\Delta p = \rho a v \frac{l}{a t_3 - l} \qquad \text{(d)}$$

Từ (d) thấy ngay khi $t_3 = \infty$, nghĩa là khi đóng khoá rất chậm, $\Delta p = 0$ và sẽ không xẩy ra va đập thuỷ lực.

Trong trường hợp va đập thuỷ lực âm, trực tiếp dùng công thức (b). Còn va đập thuỷ lực âm, gián tiếp có thể dùng công thức:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{2\theta}{1+\theta} H$$

Trong đó: $\theta = \dfrac{l.v}{gHt_3}$;

γ - trọng lượng riêng của chất lỏng;

g - gia tốc trọng trường.

Như vậy, để xác định độ tăng áp suất trong va đập thuỷ lực cần phải biết vận tốc truyền sóng va a. Theo Giucốpxki, vận tốc đó phụ thuộc vào loại chất lỏng, vật liệu làm ống, đường kính và chiều dày thành ống và được xác định theo công thức:

$$a = \frac{\sqrt{\dfrac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \dfrac{D}{\delta} \cdot \dfrac{K}{E}}}$$

Trong đó: K - môđun đàn hồi của chất lỏng;

D - đường kính trong của ống;

δ - chiều dày của thành ống;

E - môđun đàn hồi của vật liệu làm ống.

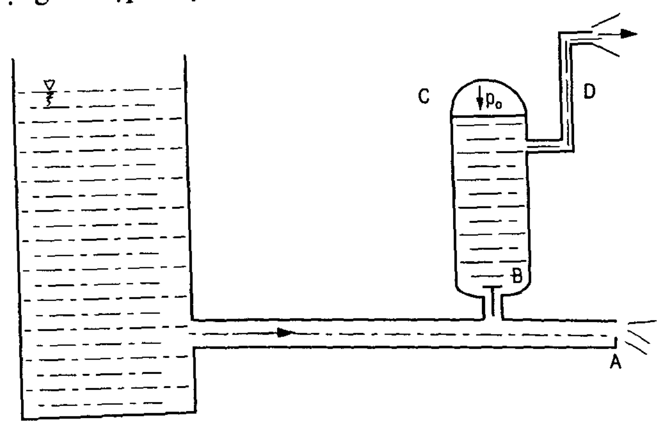
Chẳng hạn, vận tốc truyền sóng va trong nước chuyển động trong ống kim loại:

$$a \approx 1000 m/s$$

Biết được vận tốc a, ta sẽ hoàn toàn tìm được độ tăng áp suất Δp.

Như vậy, để chống va đập thuỷ lực người ta dùng nhiều biện pháp như đóng, mở khoá, van từ từ, dùng ống lớn, dùng vật liệu làm ống có môđun đàn hồi bé, hay là dùng các thiết bị tự động tháo chất lỏng ở đường ống ra khi áp suất vượt giá trị quy định.

Mặt khác, hiện tượng va đập thuỷ lực được ứng dụng để chế tạo các bơm nước va.



Hình 7.5c: Mô hình bơm nước va

Van A mở cho nước chảy, sau đóng đột ngột, áp suất trong ống tăng làm van B mở nên nước chảy vào bình C, không khí bị nén. Sau đó không khí giãn nở làm nước tiếp tục được đẩy lên ống D. Khi nước vào bơm, áp suất trong ống giảm, van B đóng lại, van A tự động mở và hiện tượng được lập lại.

§7.5. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT KHÍ TRONG ỐNG DẪN

1. Phương trình chuyển động

Như ta đã biết, chất khí khác chất lỏng ở chỗ là chất khí nén được ($\rho \neq const$). Trong nhiều trường hợp như khi chất khí chuyển động với vận tốc trên âm ($M > 1$), rất cần thiết phải kể đến tính nén được. Đối với chuyển động dừng, dưới âm ($M < 1$) của chất khí thực trong ống dẫn ta có phương trình liên tục (phương trình lưu lượng).

$$G = \gamma v \omega = const \tag{7.3}$$

và phương trình Bécnuli viết dưới dạng vi phân có kể đến tổn thất năng lượng.

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + d\frac{v^2}{2g} + dh = 0 \tag{7.4}$$

Tổn thất năng lượng dh trên một đoạn ống dx cũng tuân theo công thức Đắcxi:

$$dh = \lambda \frac{dx}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \tag{7.5}$$

Ngoài ra, ta có phương trình trạng thái:

$$\frac{p}{\gamma} = RT$$

Thay (7.5) vào (7.4) ta được:

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + d\frac{v^2}{2g} + \lambda\frac{dx}{D}\cdot\frac{v^2}{2g} = 0 \quad (7.6)$$

Phương trình (7.6) tích phân được, nếu ta biết quá trình thay đổi trạng thái của chất khí trong ống và sự thay đổi của hệ số ma sát λ. Đối với chuyển động đẳng nhiệt (T = const) λ không thay đổi dọc theo ống dẫn. Trong trường hợp chuyển động dưới âm ($M \ll 1$), cũng giống như đối với chất lỏng, λ phụ thuộc vào số Râynôn và độ nhám tương đối n của ống. Nhưng số Râynôn $Re = \frac{vD\rho}{\mu}$ thay đổi theo nhiệt độ vì hệ số nhớt μ phụ thuộc vào nhiệt độ T. Đối với chất khí μ giảm khi T giảm. Nếu dọc theo ống nhiệt độ giảm thì cuối ống số Re tăng, do đó hệ số ma sát λ thay đổi.

Với quan điểm tính toán thuỷ lực đường ống dẫn khí người ta phân biệt hai trường hợp chuyển động của chất khí: 1 - Có thể bỏ qua tính nén được của chất khí khi dòng khí chuyển động với độ chênh áp tương đối bé; 2 - Phải kể đến tính nén được khi dòng khí chuyển động với độ chênh áp tương đối lớn.

Độ chênh áp tương đối ở đây là tỉ số giữa hiệu áp suất tại mặt cắt đầu và mặt cắt cuối ống với áp suất tại mặt cắt đầu ống.

2. Chuyển động của chất khí trong ống hình trụ

Khảo sát chuyển động của chất khí trong ống trụ nằm ngang có tiết diện không đổi. Phương trình chuyển động (7.6) và phương trình liên tục (7.3) sẽ có dạng:

$$\frac{dp}{\gamma} + d\frac{v^2}{2g} + \lambda\frac{dx}{D}\cdot\frac{v^2}{2g} = 0 \quad (7.7)$$

$$\gamma v = \text{const} \quad (7.8)$$

Đối với trường hợp thứ nhất của chuyển động chất khí (khi bỏ qua tính nén được), thì trọng lượng riêng của chất khí và suy ra vận tốc trung bình theo mặt cắt sẽ không đổi dọc theo chiều dài của ống khi giữ nguyên lưu lượng Q. Do đó tích phân phương trình (7.7) sẽ được:

$$p_1 - p_2 = \lambda\frac{l}{D}\cdot\frac{\gamma v^2}{2g}$$

chỉ số 1 và 2 ứng với mặt cắt đầu và cuối ống, l - chiều dài của ống. Như vậy trong trường hợp này tính toán thuỷ lực đường ống dẫn khí không khác việc tính toán thuỷ lực ống dẫn nước.

Trong trường hợp thứ hai, chuyển động của chất khí có kèm theo sự giảm trọng lượng riêng và tăng vận tốc trung bình của mặt cắt dọc theo ống với lưu lượng Q cho trước. Nhưng giá trị vận tốc của dòng khí $d\frac{v^2}{2g}$ thường nhỏ hơn rất nhiều so với các giá trị khác của các số hạng trong phương trình (7.7) nên có thể bỏ qua. Do đó phương trình Bécnuli có dạng:

$$\frac{dp}{\gamma} = -\lambda\frac{dx}{D}\cdot\frac{v^2}{2g}$$

vì: $$v = \frac{G}{\gamma\omega} \text{ nên } -\frac{dp}{\gamma} = \lambda\frac{G^2}{2\gamma^2 g\omega^2}\cdot\frac{dx}{D}$$

$$-\gamma dp = \lambda\frac{G^2}{2g\omega^2}\cdot\frac{dx}{D}$$

Xét quá trình đa biến:

$$\frac{p}{\gamma^n} = \frac{p_1}{\gamma_1^n} \text{ hay là } \gamma = \gamma_1\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Do đó:

$$-\gamma_1\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} dp = \lambda\frac{G^2}{2g\omega^2}\cdot\frac{dx}{D}$$

Giả sử λ = const dọc ống dẫn, tích phân phương trình trên có dạng:

$$-\frac{n}{n+1}\gamma_1 p_1\left[\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1+n}{n}}\right]\Bigg|_{p_1}^{p_2} = \lambda\frac{G^2}{2g\omega^2}\cdot\frac{l}{D}$$

$$\frac{n}{n+1}\gamma_1 p_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1+n}{n}}\right] = \lambda\frac{l}{D}\cdot\frac{G^2}{2g\omega^2}$$

Thay $\gamma_1 = \frac{p_1}{RT_1}$, $\omega = \frac{\pi D^2}{4}$, ta được biểu thức tính lưu lượng:

$$G = \sqrt{\frac{\pi^2 g D^5}{8\lambda l}\cdot\frac{n}{n+1}\cdot\frac{p_1^2}{RT_1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}$$

Công thức trên đúng với điều kiện là λ không đổi dọc theo ống: Nó là công thức cơ bản để xác định lưu lượng trọng lượng khi cho biết đường kính ống và độ chênh áp suất hoặc tính đường kính nếu biết lưu lượng và độ chênh áp suất.

Đối với quá trình đẳng nhiệt (n = 1) và chảy tầng $\lambda = \frac{64}{Re}$ ta có:

$$G = \frac{\pi D^4}{256\mu l} \cdot \frac{p_1^2}{RT_1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2\right]$$

hay là:

$$G = \frac{\pi D^4}{256\mu l} \cdot \frac{1}{RT_1}(p_1^2 - p_2^2)$$

Trường hợp đẳng nhiệt và chảy rối:

$$G^2 = \frac{\pi^2 g D^5}{16\lambda l RT_1}(p_1^2 - p_2^2)$$

Có thể khảo sát chuyển động của chất khí trong ống hình trụ nhờ phương trình chuyển động viết dưới dạng hệ số vận tốc $\Lambda = \frac{v}{a}$. Thực vậy, kết hợp giải các phương trình (7.7), phương trình liên tục (7.3) viết dưới dạng vi phân:

$$\frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dv}{v} = 0 \tag{7.9}$$

và phương trình năng lượng viết cho vận tốc âm a:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{k+1}{k-1}\frac{a_*^2}{2} \tag{7.10}$$

trong đó: a_* - vận tốc âm tới hạn;

k - chỉ số đoạn nhiệt, ta sẽ nhận được phương trình vi phân của sự phân bố vận tốc dọc theo ống có kể đến tổn thất năng lượng:

$$\left(\frac{1}{\Lambda^2} - 1\right)\frac{d\Lambda}{\Lambda} = \frac{k}{k-1}\lambda d\bar{x} \tag{7.11}$$

trong đó: $\bar{x} = \frac{x}{D}$

Từ phương trình (7.11) có thể kết luận là vận tốc tới hạn của chuyển động chỉ có thể xuất hiện tại miệng ra của ống hình trụ. Thực vậy, theo phương trình (7.11) khi $\Lambda < 1$ và $d\Lambda > 0$ dòng chảy trong ống sẽ được tăng tốc, còn khi $\Lambda > 1$ và $d\Lambda < 0$ dòng chảy sẽ chậm dần; trường hợp $\Lambda = 1$ tại mặt cắt bất kì trong ống sẽ trái với phương trình (7.11) và không phù hợp với ý nghĩa vật lí.

Giả sử hệ số ma sát λ không đổi, khi đó tích phân của phương trình (7.11) có dạng:

$$\frac{1}{\Lambda_1^2}-\frac{1}{\Lambda^2}-\ln\frac{\Lambda^2}{\Lambda_1^2}=\frac{2k}{k+1}\lambda\overline{x} \tag{7.12}$$

trong đó: Λ_1 - hệ số vận tốc ở mặt cắt vào của ống;

Λ - hệ số vận tốc ở mặt cắt nào đó cách mặt cắt vào một đoạn x.

Để tiện việc tính toán ta dùng toạ độ không thứ nguyên.

$$x_s=\frac{2k}{k+1}\lambda\overline{x}$$

x_s được gọi là chiều dài dẫn suất của ống.

Khi đó phương trình (7.12) có thể viết:

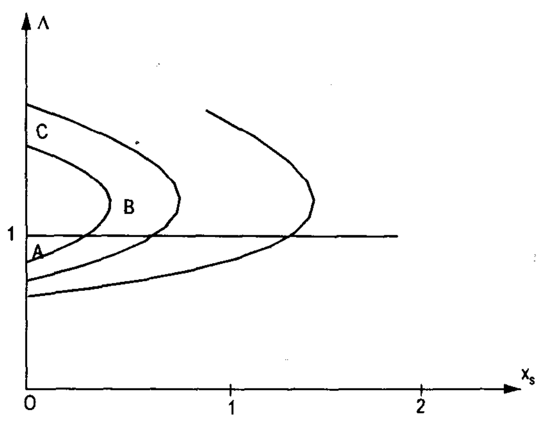
$$x_s=\frac{1}{\Lambda_1^2}-\frac{1}{\Lambda}-\ln\frac{\Lambda^2}{\Lambda_1^2} \tag{7.13}$$

Sự phụ thuộc giữa Λ và x_s khi giá trị Λ_1 không đổi được biểu diễn trên hình (7.6). Đại lượng x_s có cực đại tại $\Lambda=\Lambda_2=1$. Giá trị cực đại của x_s được xác định theo công thức:

$$x_{s\max}=\frac{1}{\Lambda_1^2}-1+\ln\Lambda_1^2 \tag{7.14}$$

các đường cong $x_s(\Lambda)$ gồm hai nhánh: một nhánh ứng với dòng dưới âm $(\Lambda<1)$ còn nhánh kia ứng với dòng trên âm $(\Lambda>1)$.

Những đường cong đó cũng cho ta thấy là trong ống hình trụ không có thể chuyển vận tốc từ dưới âm sang trên âm. Như đã nêu ở trên, trong ống này với giá trị vận tốc xác định ở miệng vào Λ_1 và độ dài tương ứng, vận tốc tới hạn sẽ đạt được tại miệng ra $(\Lambda_2=1)$.



Hình 7.6

Dòng dưới âm tại miệng vào ống $(\Lambda_1<1)$ ứng với đoạn AB (hình 7.6), còn dòng trên âm $(\Lambda_1>1)$ ứng với đoạn CB. Điểm B xác định giá trị cực đại hàm x_s của Λ_1 cho trước.

Từ công thức (7.14) suy ra $x_{smax}=0$ khi $\Lambda_1=1$

Như vậy, phương trình (7.14) cho thấy rằng đối với ống hình trụ có kích thước *l*, D cho trước với vận tốc ở miệng ra $\Lambda_2=1$, giá trị k và Λ xác định, thì hệ số vận tốc ở miệng vào Λ_1 và lưu lượng dẫn xuất của chất khí q_1 có một giá trị hoàn toàn xác định.

Với chuyển động dừng và vận tốc dưới âm tại miệng vào, một lượng khí cực đại có thể chuyển động qua ống hình trụ dài l, có hệ số ma sát λ nếu $\Lambda_2 = 1$.

Lưu lượng tuyệt đối của chất khí qua ống có chiều dài giới hạn sẽ bằng:

$$G_{max} = g\omega(\rho_1 v_1)_{max} = g\omega q_{1max}\rho_{*1}a_* =$$

$$= g\omega\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}\Lambda_{1max}^2\left(1-\frac{k-1}{k+1}\Lambda_{1max}^2\right)^{\frac{1}{k-1}}\rho_{*1}a_*$$

Với chú ý: $$\rho_{*1}a_* = \rho_{01}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}\sqrt{\frac{2k}{k+1}RT_{01}} =$$

$$= \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}\sqrt{\frac{2k}{(k+1)Rg}}\frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}}$$

ta sẽ được:

$$G_{max} = \omega\sqrt{\frac{2gk}{(k+1)R}}\Lambda_{1max}\left(1-\frac{k-1}{k+1}\Lambda_{1max}^2\right)^{\frac{1}{k-1}}\frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} \tag{7.15}$$

Như vậy, để tăng lưu lượng tuyệt đối của chất khí qua ống hình trụ có kích thước xác định cần thiết phải tăng áp suất toàn phần tại miệng vào p_{01} hay là khi p_{01} cố định thì phải giảm nhiệt độ hãm T_{01}. Trong khi đó, tại miệng ra vận tốc sẽ đạt giá trị tới hạn và giá trị tuyệt đối của nó sẽ giảm khi T_{01} giảm. Nhưng lưu lượng sẽ tăng do khối lượng riêng tăng.

Thực nghiệm cho thấy rằng với vận tốc trên âm tại miệng vào sẽ xuất hiện một số tính chất mới của dòng chảy mà phương trình (7.13) không mô tả được. Có một điều nhận xét là theo phương trình (7.13), khi $\Lambda_1 > 1$ vận tốc trong ống phải giảm liên tục cho đến miệng ra theo đường cong CB trên hình (7.6), còn áp suất sẽ tăng liên tục.

Nhưng trong thực tế sự thay đổi vận tốc và áp suất trong ống ở nhiều trường hợp xẩy ra một cách không liên tục (có bước nhảy).

3. Tính toán đường ống

a) *Tính toán đường ống dẫn khí* cũng tương tự như việc tính toán đường ống dẫn chất lỏng.

Tổn thất áp suất toàn bộ trong đường ống đơn giản được xác định bằng tổng tổn thất áp suất trong tất cả các đoạn:

$$p = \sum_1^x\left(\lambda\frac{l}{D}+\sum\zeta\right)\frac{\gamma}{2g}v^2$$

Trong đó: x - số đoạn của ống dẫn.

Còn đối với đường ống phức tạp, tổn thất áp suất toàn bộ được xác định bằng tổn thất áp suất của những đoạn đường ống được chọn làm đường ống cơ bản:

$$p = \sum_{1}^{y}\left(\lambda\frac{l}{D} + \sum\zeta\right)\frac{\gamma}{2g}v^2$$

Trong đó: y - số đoạn của đường ống cơ bản.

b) Thường có những bài toán cơ bản sau:

1. Cho biết lưu lượng, tính đường kính ống dẫn, vận tốc và tổn thất áp suất.

2. Cho biết lưu lượng và áp suất, tính đường kính và vận tốc hay ngược lại.

3. Cho biết đường kính và áp suất, tính lưu lượng và vận tốc.

Trường hợp thứ nhất thường đặc trưng cho việc tính toán đường ống khi có nguồn làm việc (quạt, máy nén v.v....). Trong khi tính toán nên lưu ý là lưu lượng, vận tốc và diện tích mặt cắt ống được liên hệ bằng phương trình lưu lượng:

$$Q = v\omega$$

c) Phương pháp tính toán

Đối với từng đoạn ống cho biết chiều dài *l*, tổng các hệ số tổn thất cục bộ $\sum\zeta$ và lưu lượng q, đồng thời tính được vận tốc v, ta sẽ xác định được đường kính ống:

$$D = 1{,}13\left(\frac{q}{v}\right)^{\frac{1}{2}}$$

và tổn thất áp suất:

$$p = \left(\lambda\frac{l}{D} + \sum\zeta\right)\frac{\gamma}{2g}v^2$$

Trong đó, nói chung hệ số ma sát λ phụ thuộc trạng thái chảy và tính chất của thành ống.

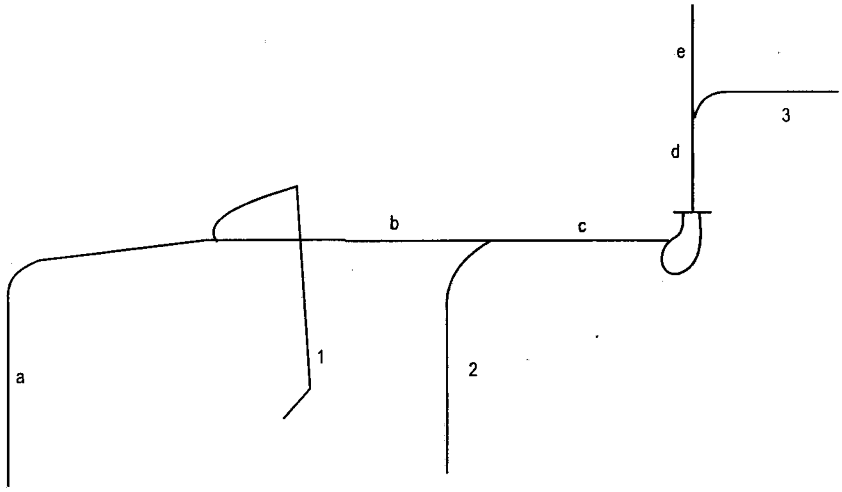
Ví dụ:

Có hệ thống ống dẫn không khí như sơ đồ (hình 7.7). Khí được hợp lại từ ba nhánh dẫn đến quạt và sau đó khí được phân đi hai nơi. Những đoạn ống của đường chính kí hiệu bằng các chữ a, b, c, d, e; còn những đoạn phân nhánh bằng các số 1, 2, 3. Chiều dài *l* của các đoạn ống, tổng giá trị các hệ số tổn thất cục bộ $\sum\zeta$ và lưu lượng q cho trong bảng 7.1. Hãy tính tổn thất áp suất toàn phần trong các đoạn ống.

Giải:

Vận tốc trung bình trong ống dẫn được xác định theo công thức Kalinuskin - gọi là vận tốc kinh tế:

$$v = 20\left(\frac{ab\eta\alpha}{nreQ\gamma\beta}\right)^{\frac{2}{5}} \tag{7.16}$$



Hình 7.7

trong đó: a - phần khấu hao hàng năm;

b - giá tiền $1m^2$ bề mặt ống dẫn;

η - hiệu suất của quạt;

$\alpha = \sum_1^x q^{1/2} l$; x - số các đoạn ống; q - lưu lượng trong mỗi đoạn;

l - độ dài mỗi đoạn;

n - thời gian sử dụng quạt.

r - giá tiền 1kWh;

e - hệ số tỉ lệ tiêu thụ điện;

γ - trọng lượng riêng của khí;

Q - tổng lưu lượng.

$$\beta = \sum_i^y \left(i\frac{l}{q^{1/2}} + \sum \zeta \right); \; i = \frac{\lambda v^{1/2}}{1,13} = \text{const}$$

đối với không khí i = 0,04.

Nếu chọn vận tốc kinh tế trong đường ống dẫn khí v = 13m/s thì từ đó suy ra đường kính ống của đoạn a:

$$D = 1,13\left(\frac{q}{v}\right)^{\frac{1}{2}} = 1,13\left(\frac{1000}{3600.13}\right)^{\frac{1}{2}} = 0,165\text{mm} = 165\text{mm}$$

áp suất động:

$$\frac{\gamma}{2g} v^2 = \frac{1,2}{2.9,81} \cdot 13^2 = 10,4\text{kG}/\text{m}^2$$

Tổn thất áp suất toàn phần:

$$p = \left(\lambda \frac{l}{D} + \sum \zeta\right) \frac{\gamma}{2g} v^2 = 17,78 \, kG/m^2$$

Tương tự, tính cho đoạn b được:

$$D = 235mm, \; \frac{\gamma}{2g} v^2 = 10kG/m^2$$

$\frac{\lambda}{D}$ tính theo điều kiện tiêu chuẩn (t = 20^oC, p = 760mmHg, độ ẩm φ = 0,5; $\gamma = 1,2kG/m^2$)

Các đoạn khác cũng tính như vậy, kết quả tính được lập thành bảng 7.1.

Tổn thất áp suất toàn phần trong đường ống chính (a, b, c, d, e) bằng $65,3kG/m^2$. Theo áp suất đó và lưu lượng $3000m^3/h$ có thể chọn quạt thích hợp cho đường ống trên.

Bảng 7.1.

Số các đoạn ống	l (m)	$\Sigma\zeta$	q (m^3/h)	D (mm)	v (m/s)	$\frac{\gamma}{2g}v^2$ (kG/m^2)	λ/D (1/m)	$l\frac{\lambda}{D}$	$l\frac{\lambda}{D}+\Sigma\zeta$	p (kG/m^2)
a	7	1,0	1000	165	13,0	10,4	0,102	0,71	1,71	17,8
b	5	-	2000	235	12,8	10,0	0,068	0,34	0,34	3,4
c	2,5	-	3000	285	13,1	10,5	0,053	0,13	0,13	1,4
d	2	0,1	3000	285	13,1	10,5	0,053	0,11	0,21	2,2
e	12	2,4	1500	195	14,0	12,0	0,084	1,0	3,40	40,5
1	6	1,0	1000	165	13,0	10,0	0,102	0,61	1,61	16,7
2	7	1,0	1000	165	13,0	10,4	0,102	0,71	1,71	17,8
3	4	1,3	1500	195	14,0	12,0	0,084	0,34	1,64	19,7

§7.6. THÍ DỤ

Bài 7.1. Người ta chuyển nước từ bể chứa A sang B có kích thước lớn theo một hệ thống đường ống đặt theo hai sơ đồ sau: (hình bài 7.1).

1. Sơ đồ 1: ống đơn đặt trước, hai ống song song nhau đặt tiếp theo.

2. Sơ đồ 2: hai ống song song nhau đặt trước, ống đơn đặt tiếp theo.

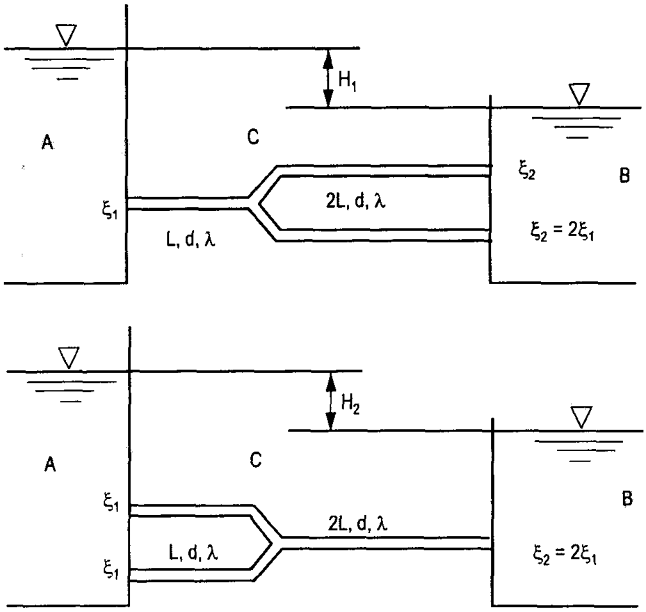
Trên hình vẽ: L và 2L - chiều dài, d - đường kính trong của ống; λ - hệ số ma sát thuỷ lực, ξ_1 và ξ_2 - hệ số tổn thất cục bộ chỗ vào, ra đối với một ống.

Không tính tổn thất cục bộ chỗ nối ống. Các kí hiệu chữ giống nhau biểu thị các trị số bằng số giống nhau. Yêu cầu:

1) Xác định sơ đồ nào có lợi hơn về mặt sức cản thuỷ lực.

2) So sánh các trị số lưu lượng chuyển qua ống theo hai sơ đồ trên khi cột nước tác dụng H có cùng trị số.

3) Với cùng cột nước tác dụng H, vẽ chung lên một hình đường năng ứng với hai sơ đồ này. Trên sơ đồ ghi rõ kích thước (các giá trị bằng chữ).



Hình bài 7.1.

Bài giải:

1. So sánh tổn thất cột nước của hai sơ đồ.

Xét trường hợp khi tháo cùng một lưu lượng Q. Viết phương trình Bécnuli cho hai mặt thoáng, được:

$$H = h_w = h_{vào} + h_{ra} + h_{d1} + h_{d2}$$

Ở đây: h_{d1} - tổn thất do ma sát trong ống đơn;

h_{d2} - tổn thất do ma sát chỉ của một trong hai ống nối song song.

$$h_{vào} = \xi_1 \frac{v^2}{2g};\ h_{ra} = 2\xi_1 \frac{v^2}{2g};\ h_d = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Vậy với:

+ Sơ đồ 1: $$H_1 = \frac{v_1^2}{2g}\left(\xi_1 + \lambda \frac{L}{d}\right) + \frac{v_2^2}{2g}\left(2\xi_1 + \lambda \frac{2L}{d}\right) \quad (1)$$

+ Sơ đồ 2: $$H_2 = \frac{v_1^2}{2g}\left(2\xi_1 + \lambda \frac{2L}{d}\right) + \frac{v_2^2}{2g}\left(\xi_1 + \lambda \frac{L}{d}\right) \quad (2)$$

Trong đó: $v_1 = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2}$ (đối với ống đơn).

$$v_2 = \frac{Q}{2\omega} = \frac{v_1}{2} \text{ (đối với ống nối song song)}$$

$$H_2 - H_1 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}\left(\xi_1 + \lambda\frac{L}{d}\right) + \frac{3}{4}\frac{v_1^2}{2g}\left(\xi_1 + \lambda\frac{L}{d}\right) > 0$$

Vậy $H_2 > H_1$, do đó $h_{w2} > h_{w1}$.

Kết luận: **sơ đồ 1 có lợi hơn.**

2. So sánh Q_1 và Q_2 khi $H_1 = H_2 = H = const$.

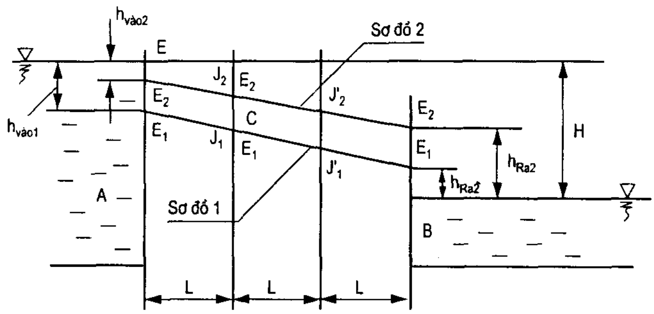
Từ (1): $$H_1 = \frac{Q_1^2}{2g\omega^2}1,5(\xi_1 + \lambda\frac{L}{d})$$

Từ (2): $$H_2 = \frac{Q_2^2}{2g\omega^2}2,25(\xi_1 + \lambda\frac{L}{d})$$

Cho $H_1 = H_2$ ta được:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ hay } Q_1 = \sqrt{\frac{3}{2}Q_2}$$

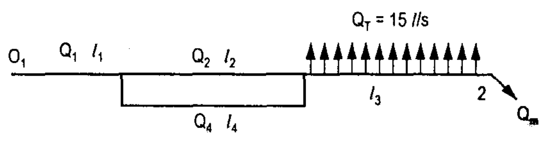
3. Vẽ đường năng



Hình bài 7.1a

Bài 7.2. Một hệ thống đường ống dẫn nước như hình bài 7.2. Đường kính của các đoạn ống là d = 150mm. Cột nước ở đầu và cuối hệ thống H_1 = 22m, H_2 = 2,4m. Chiều dài các đoạn ống là l_1 = 200m, l_2 = 100m, l_3 = 50m và l_4 = 120m. Lưu lượng phân phối đều dọc đường Q_T = 15*l*/s được phân phối theo quy luật bậc nhất. Ống có độ nhám n = 0,0125.

Tìm lưu lượng tháo ra ở nút 2, tức là Q_m và lưu lượng trên các đoạn ống nhánh mắc song song Q_1, Q_2.



Hình bài 7.2

Bài giải:

1. Trên đoạn ống thứ nhất:

$$Q = Q_2 + Q_4 = Q_T + Q_m = 15 + Q_m \ (l/s)$$

Lưu lượng tính toán trên đoạn ống thứ ba - phân phối đều là:

$$Q_{tt} \approx Q_m + 0{,}55.Q_T = Q - 0{,}45Q_T = Q - 6{,}75 \ (l/s)$$

Tổng tổn thất dọc đường trên hệ thống từ nút 1 đến nút 2 là:

$$H_1 - H_2 = \frac{Q_{tt}^2 l_3 + Q_2^2 l_2 + Q^2 l_1}{K^2}$$

Thay $H_1 - H_2$, Q_{tt} và l_1, l_2, l_3 vào, ta có:

$$19{,}60 = \frac{(Q - 6{,}75)^2 50 + Q_2^2 100 + Q^2 200}{K^2} \qquad (1)$$

Với d = 0,15m; n = 0,0125 ta có $K = \omega.C.R^{1/2} = 158.4$ (l/s)

2. Trên đoạn ống thứ hai - ống nối song song:

$$\frac{Q_2^2}{K^2} l_2 = \frac{Q_4^2}{K^2} l_4 \Rightarrow \frac{Q_4}{Q_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_4}} = \sqrt{1{,}2}$$

Do đó: $$Q = Q_2 + Q_4 = 1{,}913Q_2 \qquad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta lập được phương trình với ẩn Q_2 (hoặc Q).

Lập với Q_2, phương trình có dạng:

$$Q_2^2 - 1{,}28Q_2 - 482{,}3 = 0 \qquad (3)$$

3. Xác định các giá trị lưu lượng:

Giải (3) ta được: $Q_2 = 22{,}61$(l/s)

Theo (2) ta có: $Q = 43{,}25$ (l/s)

Lưu lượng trong ống nhánh: $Q_4 = Q - Q_2 = 20{,}64$ (l/s)

Lưu lượng tháo ra ở nút 2 là: $Q_m = Q - Q_1 = 28{,}25$ (l/s)

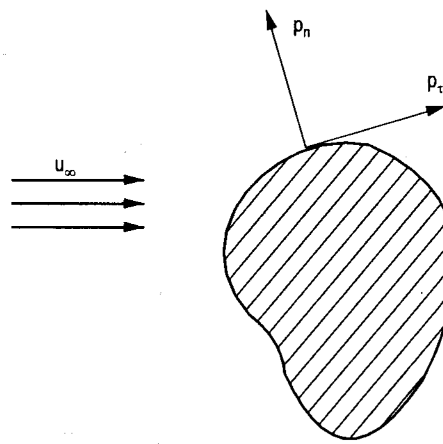
Chương 8
LỰC TÁC DỤNG LÊN VẬT NGẬP TRONG CHẤT LỎNG CHUYỂN ĐỘNG

Trong chương này giới thiệu tổng quát về lực cản và công thức tính lực cản của chất lỏng chuyển động tác dụng lên vật ngập trong nó.

§8.1. LỰC CẢN

1. Công thức tổng quát

Ta có dòng chất lỏng chuyển động với vận tốc U_∞ bao quanh vật rắn cố định (hay coi gần đúng là vật rắn chuyển động với vận tốc U_∞ trong chất lỏng tĩnh). Giả sử U_∞ không đổi về trị số và hướng. Chất lỏng chuyển động tác dụng lên vật cản, gây ra lực pháp tuyến và tiếp tuyến (hình 8.1). Tổng hợp các lực đó sẽ được một hợp lực $\vec{P}$ và một ngẫu lực M. Hợp lực $\vec{P}$ gồm 2 thành phần:



Hình 8.1

$$\vec{P} = \vec{P}_n + \vec{P}_\tau$$

$\vec{P}_n$ vuông góc với phương của vận tốc ở vô cùng U_∞ gọi là lực nâng; $\vec{P}_\tau$ cùng phương với U_∞ nhưng ngược chiều, gọi là lực cản.

Về trị số, các lực đó có biểu thức sau:

$$P_\tau = C_x \frac{\rho U_\infty^2}{2} S$$

$$P_n = C_y \frac{\rho U_\infty^2}{2} S$$

trong đó: C_x - hệ số lực cản, không thứ nguyên.

C_y - hệ số lực nâng, không thứ nguyên.

ρ - khối lượng riêng của chất lỏng.

S - tiết diện cản chính (hình chiếu của vật cản lên mặt phẳng vuông góc với U_∞).

Trong lực cản, thông thường có hai thành phần. Một do ma sát trong lớp biên gây nên $P_{\tau ms}$ mà ta sẽ xét trong phần sau; một do phân bố của áp suất trên bề mặt vật cản gây nên $P_{\tau ap}$ trong dòng phẳng ta có:

$$P_{\tau} = P_{\tau ms} + P_{\tau ap}$$

Khi vật rắn nằm trong dòng chảy nó sẽ gây ra các kích động. Do đó trong lớp biên các thông số của dòng chảy sẽ thay đổi. Phân bố áp suất và lực ma sát trên bề mặt vật phụ thuộc vào hình dạng, vào vị trí của nó ở trong dòng chảy và vào vận tốc ở vô cùng (dòng chưa bị kích động).

Phân bố áp suất và lực ma sát trên bề mặt vật được đặc trưng bằng các hệ số lực cản áp suất và ma sát C_{xap}, C_{xms}.

$$C_x = C_{xap} + C_{xms}$$

Với vận tốc dòng chảy nhỏ, khi đó tính nén được của chất lỏng thực tế không có tác dụng, thì ảnh hưởng chính đến hệ số lực cản là hình dạng vật cản, góc tới và số Râynôn.

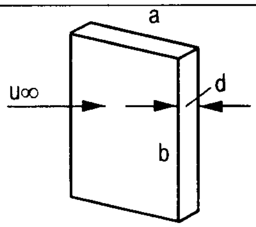
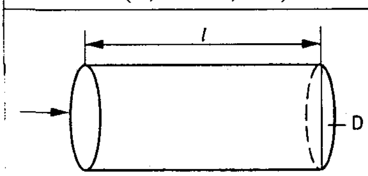
Các lực $P_{\tau ms}$ và $P_{\tau ap}$ lớn hay nhỏ chủ yếu phụ thuộc vào hình dáng của vật cản. Vật có hình dạng khí động xấu nghĩa là vật khi dòng bao quanh nó có điểm rời, không bao kín (như hình trụ tròn, thuyền thúng v.v...) thì $P_{\tau ap}$ lớn hơn $P_{\tau ms}$

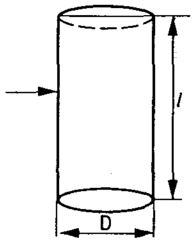
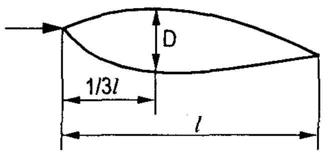
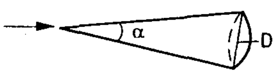
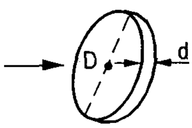
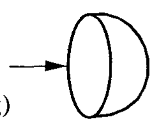
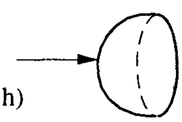
Với các vật như cánh máy bay, cánh tua bin, tấm phẳng v.v... lực cản có thể tính theo công thức:

$$P_r = P_{\tau ms}(1 + k)$$

Với $k = 0,1 \div 0,25$

Hệ số lực cản của một số vật thường gặp:

Hình dạng vật	Tỉ số các độ dài	Số Re	Tiết diện cản chính	C_x
 a) Tấm phẳng có chiều dài $d = (0,01 \div 0,002)b$	a/b =1 2 5 10 30	6.10^5	ab	1,15 1,16 1,20 1,22 1,62
 b)	l/D = 0,5 1,0 2,0 4,0 5,0	5.10^5	$\frac{\pi D^2}{4}$	1,00 0,84 0,76 0,78 0,80

Hình dạng vật	Tỉ số các độ dài	Số Re	Tiết diện cản chính	C_x
 c)	$l/D = 1$ 2 5 10 40	$0,9 \cdot 10^4$	Dl	0,64 0,68 0,76 0,80 0,98
 d)	$l/D = 3,4$ 5 6	$(5 \div 6).10^5$	$\frac{\pi D^2}{4}$	0,05 0,06 0,075
 e)	$\alpha = 60^o$ 30^o	$2,7.10^5$	$\frac{\pi D^2}{4}$	0,51 0,33
 f) Đĩa tròn có chiều dày $d = 0,01D$		$6,2.10^5$	$\frac{\pi D^2}{4}$	1,16
 g)  h) Nửa gáo cầu		4.10^5 5.10^5 5.10^5 4.10^5	$\frac{\pi D^2}{4}$	1,44 1,42 0,34 0,36

2. Lực nâng. Định lí Giucốpxki - Kutta

Khi nghiên cứu dòng thế của chất lỏng lí tưởng bao quanh trụ tròn, nghĩa là dòng bao quanh trụ tròn không có lưu số vận tốc ($\Gamma = 0$) người ta thấy không có bất kì một lực nào tác dụng lên nó. Trong cơ học chất lỏng, kết luận này được gọi là nghịch lí Ơle - Đalămbe. Điều này còn đúng cả đối với những vật có hình dáng bất kì.

Còn khi dòng bao quanh trụ tròn có lưu số vận tốc thì véc tơ chính của áp lực chỉ có một thành phần hướng vuông góc với vận tốc ở vô cùng U_∞ và có trị số $\rho U_\infty \Gamma$. Đây là trường hợp riêng của định lí Giucốpxki về lực nâng.

Trong thực tế, khi các vật hình trụ hay hình tròn quay trong chất lỏng thực chuyển động ta có thể xem như dòng bao quanh chúng có lưu số vận tốc và do đó xuất hiện lực ngang vuông góc với vận tốc của chất lỏng tác dụng lên các vật đó. Đấy là nội dung của hiệu ứng mang tên Mắc nút. Dựa vào hiệu ứng này ta có thể giải thích một số hiện tượng như việc sinh ra các "phễu" xoáy nước khi tháo nước từ bể chứa ra, đạn đạo bị lệch ngang, chuyển động bị uốn cong, quả bóng xoáy v.v...

Định lí Giucốpxki - Kutta

Nội dung của định lí nói về lực nâng của dòng chất lỏng lí tưởng tác dụng lên cánh đơn như cánh máy bay.

Định lí: Nếu dòng chảy có vận tốc ở vô cùng U_∞ bao quanh prôfin cánh và lưu số vận tốc dọc theo prôfin cánh là Γ, thì hợp lực của áp lực chất lỏng tác dụng lên prôfin cánh sẽ có trị số $\rho U_\infty \Gamma$, còn phương chiều được xác định bằng cách quay véc tơ U_∞ một góc 90^o ngược chiều Γ.

Có thể chứng minh định lí bằng cách áp dụng định lí biến thiên động lượng cho khối chất lỏng nằm giữa vòng tròn khá lớn và prôfin cánh, hay nhờ lí thuyết hàm biến phức như Traplưghin đã làm (xem trang 97-100 tập 2[1]).

Về mặt vật lí: sức nâng một chiếc cánh bất động là do sự chuyển động tròn (xoáy) của dòng chất lỏng xung quanh cánh đó (lưu số vận tốc). Do ảnh hưởng chuyển động của dòng chất lỏng ấy, vận tốc trên lưng cánh lớn hơn vận tốc ở dưới bụng cánh. Từ đó sinh ra sự chênh lệch về áp suất, tạo thành một lực đẩy từ dưới lên.

§8.2. LỚP BIÊN

Như vừa nêu ở trên, muốn tính lực cản phải biết phân bố lực ma sát (ứng suất tiếp) dọc bề mặt của vật bị chất lỏng bao quanh, nghĩa là phải nghiên cứu lớp chất lỏng sát vật - lớp biên.

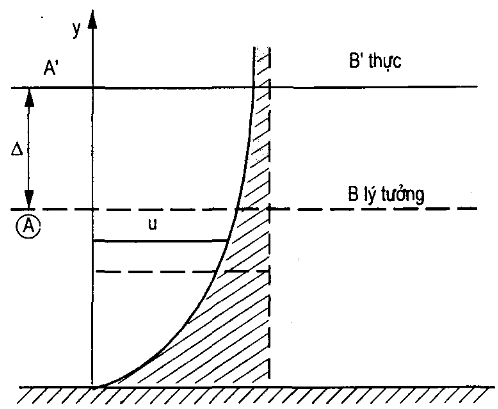
1. Định nghĩa

Khi chất lỏng thực bao quanh một vật đứng yên, do tính nhớt nên hình như nó dính vào bề mặt vật. Vì vậy, vận tốc của dòng chảy trên mặt vật bằng không. Khi ra xa vật theo phương pháp tuyến với bề mặt, vận tốc sẽ tăng dần và tại khoảng cách nào đó kí hiệu là δ nó sẽ gần bằng vận tốc của dòng bên ngoài U_∞ ($= 0{,}99U_\infty$). Lớp chất lỏng có chiều dày là δ đó gọi là lớp biên. Trong lớp biên tập trung hầu hết ảnh hưởng của tính nhớt, có nghĩa chất lỏng là chất lỏng thực. Miền còn lại ảnh hưởng của tính nhớt không đáng kể và có thể xem nó như là miền chất lỏng lí tưởng.

Đại lượng δ phụ thuộc vào việc chọn ở đâu điểm quy ước chỉ rõ biên giới của lớp biên. Do đó trong khi tính toán người ta đưa vào những chiều dày đặc trưng khác của lớp biên: chiều dày bị ép δ^*, chiều dày tổn thất xung lực δ^{**} và chiều dày tổn thất năng lượng δ^{***}.

2. Chiều dày bị ép

Đối với chất lỏng lí tưởng: các đường dòng gần tường không thay đổi phương như khi ở xa tường. Còn đối với chất lỏng thực: các đường dòng gần tường sẽ bị uốn cong vì $u < U_\infty$ - tạo thành lớp biên. Như vậy, ở đây xét ảnh hưởng động học của tính nhớt lên vị trí của đường dòng, nghĩa là tính Δ bằng bao nhiêu (hình 8.2).



Hình 8.2

Xác định khoảng cách dịch chuyển Δ của đường dòng do ảnh hưởng của tính nhớt dựa trên tính chất: đường dòng là đường lưu lượng bằng nhau. Tính lưu lượng Q_t chất lỏng thực qua mặt cắt giữa bề mặt vật và đường dòng cách thành một khoảng y.

$$Q_t = \int_0^y u dy$$

Đường dòng tương ứng của chất lỏng lí tưởng sẽ gần bề mặt vật hơn một đoạn Δ và được tính từ điều kiện cân bằng lưu lượng:

$$Q_l = u_\infty (y - \Delta) = u_\infty \int_0^y dy - u_\infty \Delta$$

$$Q_t = Q_l \rightarrow u_\infty \Delta \int_0^y (u_\infty - u) dy$$

hay $$\Delta = \int_0^y \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy$$

Khi $y \rightarrow \delta$, thì $\Delta = \Delta_{max} = \delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy$

Hay viết dưới dạng không thứ nguyên:

$$\delta^* = \delta \int_0^1 (1 - \varphi) d\eta, \quad \text{với } \varphi = \frac{u}{u_\infty};\ \eta = \frac{y}{\delta}$$

Đối với chất lỏng nén được: $\delta^* = \int_0^\delta (1 - \frac{\rho u}{\rho u_\infty})dy$

Như vậy, δ^* đặc trưng cho sự dịch chuyển đường dòng của dòng ngoài khỏi phương của đường dòng trong chuyển động của chất lỏng lí tưởng. Lượng chất lỏng đi qua chiều dày δ^* bằng lượng chất lỏng đi qua (δ - δ^*). Sự giảm lưu lượng đó gây ra do lớp biên "ép" chất lỏng, nên δ^* mang tên chiều dày bị ép. Đối với tấm phẳng: $\delta^* = 0,375\delta$.

3. Chiều dày tổn thất xung lực

Xét ảnh hưởng động lực của tính nhớt lên dòng chảy bao quanh vật.

Tính lực cản X theo định lí biến thiên động lượng (Định lí Ơle 1 (4.20)) cho khối chất lỏng chứa trong ABA'B' (hình 8.3).

Động lượng chất lỏng chảy vào qua AB:

$$q_1 = 2\rho h u_\infty^2$$

Vì lượng chất lỏng chảy vào qua AB gần bằng lượng chảy ra qua A'B' nên:

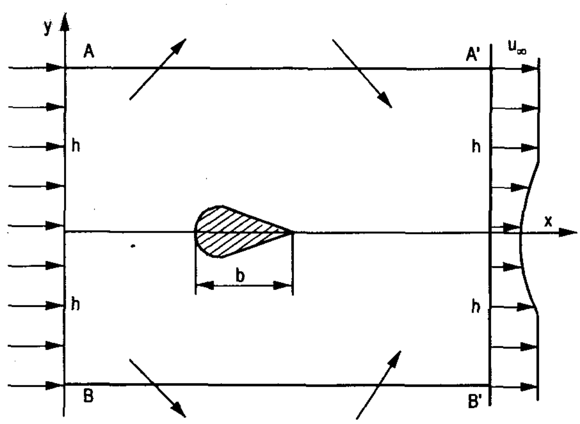
$$2\rho h u_\infty = \int_{-h}^{+h} \rho u dy$$

Suy ra:

$$q_1 = u_\infty \rho \int_{-h}^{+h} u dy$$

Động lượng chất lỏng chảy ra qua A'B':

$$q_2 = \rho \int_{-h}^{+h} u^2 dy$$



Hình 8.3

Theo định lí biến thiên động lượng:

$$X = u_\infty \rho \int_{-h}^{+h} u dy - \rho \int_{-h}^{+h} u^2 dy + q'$$

Trong đó q' - động lượng chất lỏng chảy qua AA', BB'. Khi $h \to \infty$ thì $q' \to 0$ nên:

$$X = u_\infty \rho \int_{-\infty}^{+\infty} u \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy$$

Tìm hệ số lực cản:

$$C_x = \frac{X}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 b} = \frac{2}{b} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy = \frac{2\delta_\infty^{**}}{b}$$

Trong đó $\delta_{\infty}^{**} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{u_{\infty}}\left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right)dy$ - chiều dày tổn thất xung lực

Trong lớp biên có dạng: $\delta^{**} = \int_{0}^{\delta} \frac{u}{u_{\infty}}\left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right)dy$

Hay là viết dưới dạng không thứ nguyên: $\delta^{**} = \delta\int_{0}^{1} \varphi(1-\varphi)d\eta$

Như vậy, chiều dày tổn thất xung lực là chiều dày mà trong đó động lượng của chất lỏng lí tưởng (tương ứng với U_{∞}) bằng động lượng tiêu hao trong lớp biên:

$$\rho_{\infty}\delta^{**}u_{\infty}u_{\infty} = \int_{0}^{\delta} \rho u(u_{\infty} - u)dy$$

Tính cho tấm phẳng: $\delta^{**} = 0,146\ \delta$

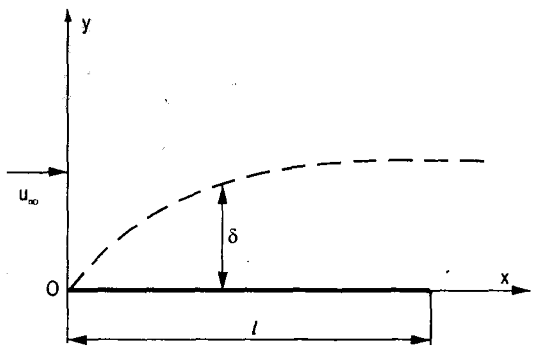
Đối với chất lỏng nén được: $\delta^{**} = \int_{0}^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_{\infty}u_{\infty}}\left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right)dy$

Trong một số tính toán, người ta còn dùng tỉ số các chiều dày:

$$H = \frac{\delta^{*}}{\delta^{**}}, H^{*} = \frac{\delta^{*}}{\delta}\ ;\ H^{**} = \frac{\delta^{**}}{\delta}$$

4. Phương pháp lớp biên

a) Giải chính xác: Vì lớp biên được hình thành chỉ khi số Râynôn lớn, nên phương trình chuyển động trong lớp biên có thể nhận được từ phương trình Navie-Stốc viết dưới dạng tổng quát không thứ nguyên, sau đó đánh giá bậc các thành phần trong phương trình ấy dựa trên điều kiện cơ bản: chiều dày lớp biên nhỏ hơn nhiều so với chiều dài của vật ($\delta << l$) nên suy ra giá trị các đại lượng theo phương y nhỏ hơn giá trị các đại lượng theo phương x (hình 8.4).



Hình 8.4

Bằng cách đó, năm 1904, L. Prandtl đã tìm ra hệ phương trình vi phân lớp biên cho trường hợp chuyển động phẳng, dừng của chất lỏng không nén được và bỏ qua lực khối (xem trang 135-137 tập 2 [1]).

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=u_\infty\frac{du_\infty}{dx}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (8.1)$$

Với các điều kiện: tại y = 0: u = v = 0.

$$y=\delta;\ u=u_\infty(x)$$

Giải trực tiếp hệ phương trình (8.1) với các điều kiện biên tương ứng ta sẽ tìm được nghiệm u(x, y), v(x, y) trong toàn lớp biên và do đó có thể tính được ứng suất tiếp trên bề mặt vật. Lời giải điển hình là của Fokner và Skane tìm ra từ năm 1930 khi cho phân bố vận tốc ngoài lớp biên dưới dạng hàm số mũ:

$$u_\infty(x)=C.x^m$$

b) Giải gần đúng: Hệ thức tích phân T. Karman

Dựa trên việc đánh giá sự biến thiên động lượng trong lớp biên qua chiều dày bị ép δ^* và chiều dày tổn thất xung lực δ^{**} (hình 8.5) Karman nhận được hệ thức tích phân:

$$\frac{\delta^{**}}{\rho_\infty}\frac{d\rho_\infty}{dx}+\frac{d\delta^{**}}{dx}+\frac{du_\infty}{u_\infty dx}(2\delta^{**}+\delta^*)=\frac{\tau_w}{\rho_\infty u_\infty^2} \qquad (8.2)$$

Số hạng thứ nhất trong vế trái của phương trình (8.2) biểu diễn ứng suất ma sát đối với chuyển động của chất lỏng nén được. Đối với chất lỏng không nén được (ρ_∞ = const) ta có phương trình:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx}+\frac{1}{u_\infty}\frac{du_\infty}{dx}(2\delta^{**}+\delta^*)=\frac{\tau_w}{\rho_\infty u_\infty^2} \qquad (8.3)$$

Khi u_∞ = const, số hạng thứ hai bằng 0.

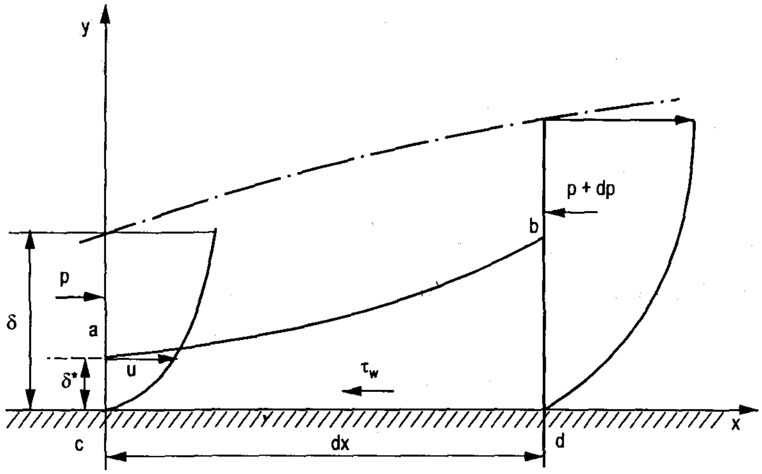
Phương trình (8.2), (8.3) gọi là hệ thức tích phân Karman vì nó chứa các tích phân δ^*, δ^{**}. Từ hệ thức tích phân đó ta sẽ xác định được τ_w, δ^*, δ^{**} khi cho biết dạng prôfin vận tốc trong lớp biên, chẳng hạn như Pônhauden cho prôfin vận tốc không thứ nguyên:

$$\varphi=\frac{u}{u_\infty}=A_0+A_2\eta^2+A_3\eta^3;\frac{du_\infty}{dx}\neq 0$$

Bằng phương pháp này người ta đã giải cho lớp biên chảy tầng trên tấm phẳng và tìm ra được hệ số cản toàn bộ: $C_x=1,444/\sqrt{Re}$

Hệ số cản cục bộ: $C_f=\dfrac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2}=\dfrac{0,722}{\sqrt{Re_x}}$

Trong khi đó lời giải chính xác cho: $C_f = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}}$



Hình 8.5

§8.3. MỘT SỐ BÀI TOÁN LỚP BIÊN

Ta áp dụng hệ thức tích phân Cácman (8.3) để giải một số trường hợp cụ thể.

1. Lớp biên chảy tầng trên tấm phẳng

Trong trường hợp này áp suất p, u_∞ không đổi: $\frac{dp}{dx} = 0; \frac{du_\infty}{dx} = 0$. Do đó phương trình (8.3) sẽ có dạng rất đơn giản:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2} \tag{8.4}$$

Để giải phương trình đó ta cho dạng prôfin vận tốc:

$$\varphi = \frac{u}{u_\infty} = A_o + A_1\eta + A_2\eta^2 + ... + A_n\eta^n \qquad \eta = \frac{y}{\delta}$$

Các hệ số A_o, A_1,..., A_n được xác định từ các điều kiện biên: mỗi hệ số ứng với một điều kiện biên. Giả sử có 3 điều kiện biên:

$\eta = 0 (y = 0)$; $\varphi = 0 (u = 0)$

$\eta = 1 (y = \delta)$; $\varphi = 1 (u = u_\infty)$ và

$\frac{\partial\varphi}{\partial\eta} = 0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} = 0\right)$

thì prôfin vận tốc có dạng:

$$\varphi = A_o + A_1\eta + A_2\eta^2$$

Từ các điều kiện biên ta xác định được:

$$A_o = 0;\ A_1 = 2;\ A_2 = -1$$

Vậy dạng prôfin vận tốc sẽ là:

$$\varphi = 2\eta - \eta^2$$

Thay φ vào các biểu thức của δ^*, δ^{**}, τ_w

$$\delta^* = \delta\int_0^1 (1 - 2\eta + \eta^2)d\eta = \frac{1}{3}\delta$$

$$\delta^{**} = \delta\int_0^1 (2\eta - \eta^2)(1 - 2\eta - \eta^2)d\eta = \frac{2}{15}\delta$$

$$\tau_w = 2\mu\frac{u_\infty}{\delta}$$

Thay các giá trị của δ^{**} và τ_w vào phương trình (8.4) ta tìm được:

$$\delta = \sqrt{30\frac{\nu x}{u_\infty}}$$

hay là:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5,48}{\sqrt{Re_x}}$$

nghĩa là δ tỉ lệ với $\sqrt{x}$: $\delta \sim \sqrt{x}$. Biết δ sẽ tính được τ_w và từ đó tính được hệ số lực cản.

Hệ số lực cản cục bộ:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2} = \frac{0,722}{\sqrt{Re_x}}$$

Hệ số lực cản toàn bộ:

$$C_x = \frac{X}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 S} = \frac{1,444}{\sqrt{Re}}$$

Trong đó: $S = 2bl$ - diện tích hai phía của tấm phẳng;

b - chiều rộng;

l - chiều dài.

Lực ma sát trên toàn tấm phẳng:

$$X = 2b\int_0^l \tau_w dx = \frac{4b}{\sqrt{3}}\sqrt{\mu\rho l u_\infty^3}$$

2. Lớp biên chảy rối trên tấm phẳng

Với những điều kiện nhất định, lớp biên chảy tầng sẽ mất ổn định và chuyển sang chảy rối. Tương tự như việc khảo sát hai trạng thái chảy trong ống, tiêu chuẩn để xác định giới hạn sự mất ổn định của trạng thái chảy tầng là số Râynôn tới hạn. Đối với tấm phẳng, nếu số $Re > 3.10^5$ ta sẽ có lớp biên chảy rối.

Như ta đã biết, nếu lớp biên chảy tầng trên tấm phẳng, thì chiều dày lớp biên tỉ lệ với $\sqrt{x}$, x là khoảng cách từ đầu mũi tấm phẳng. Quá độ từ lớp biên chảy tầng sang chảy rối được rất nhiều người nghiên cứu và thấy rằng ở miền gần mũi tấm phẳng lớp biên luôn luôn chảy tầng, nhưng tiếp theo dọc dòng chảy với những điều kiện nhất định, lớp biên trở thành rối.

Khi dòng không khí bao quanh tấm phẳng có đầu mũi nhọn, lớp biên chuyển sang rối ở khoảng cách x được xác định từ biểu thức sau:

$$Re_{x*} = \frac{u_\infty x}{\nu} = 3{,}5.10^5 \div 5.10^5$$

Từ đó suy ra, khi vận tốc của dòng chảy u_∞ tăng thì điểm quá độ dịch dần lên phía đầu mũi tấm phẳng.

Ngoài số Râynôn tới hạn Re_{x*}, còn có những yếu tố khác ảnh hưởng trực tiếp đến trạng thái quá độ, như gradien áp suất, độ nhám, độ cong của bề mặt vật v.v...

Khảo sát lớp biên chảy rối trên tấm phẳng.

Ta đã biết trong chuyển động rối, người ta đưa vào khái niệm giá trị trung bình thời gian và đã xét giả thuyết Prandtl đối với ứng suất tiếp:

$$\tau_w = \rho l^2\left(\frac{d\bar{u}}{dy}\right)^2$$

Trong đó: l - chiều dài đường rối (chiều dài xáo trộn).

Đối với tấm phẳng ta cũng có phương trình:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2} \tag{8.4}$$

nhưng với chú ý là các giá trị δ, δ^*, δ^{**}, và τ_w sẽ khác trước.

Cơ sở lí thuyết bán thực nghiệm của lớp biên rối là sự tương tự giữa chuyển động rối trong ống và trong lớp biên. Đối với lớp biên chảy tầng và chuyển động trong ống ta đã có sự liên hệ giữa các thông số sau đây: bán kính của ống và vận tốc trên trục ống tương ứng với chiều dày lớp biên δ và vận tốc tại y = δ. Những điều này cũng có thể áp dụng cho chuyển động rối. Khi đó prôfin vận tốc trong lớp biên rối có thể tìm dưới dạng hàm số mũ hay hàm lôgarít.

Ta tìm dưới dạng hàm số mũ:

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n \text{ hay là } \varphi = \eta^n$$

Thay giá trị φ vào biểu thức của δ^*, δ^{**}:

$$\delta^* = \delta\int_0^1 (1-\varphi)d\eta = \frac{n}{n-1}\delta$$

$$\delta^{**} = \delta\int_0^1 \varphi(1-\varphi)\,d\eta = \frac{n}{(n+1)(2n+1)}\delta$$

Nếu lấy n = 1/7 - gọi là prôfin vận tốc 1/7 ta sẽ tính được:

$$\delta^* = \frac{1}{8}\delta\ ;\ \delta^{**} = \frac{7}{72}\delta$$

Để tính ứng suất tiếp trên tấm phẳng τ_w, ta áp dụng công thức của chuyển động rối trong ống:

$$\tau_w = 0{,}0225\rho u_{max}^2\left(\frac{u_{max}r_o}{\nu}.\right)^{-1/4}$$

khi thay $u_{max} = u_\infty$; $r_o = \delta$, ta có:

$$\tau_w = 0{,}0225\rho u_\infty^2\left(\frac{u_\infty\delta}{\nu}\right)^{-1/4}$$

Thay τ_w và δ^{**} vào phương trình (8.4) ta sẽ được:

$$\delta = 0{,}37x\left(\frac{u_\infty x}{\nu}\right)^{-1/5}$$

hay là: $\dfrac{\delta}{x} = 0{,}37\,Re_x^{-1/5}$

suy ra, $\delta_{rối}$ tỉ lệ với $x^{4/5}$: $\delta_{rối} \sim x^{4/5}$, trong khi đó $\delta_{tầng} \sim x^{1/2}$ nghĩa là lớp biên rối tăng theo x nhanh hơn lớp biên chảy tầng.

Biết δ sẽ tìm được τ_w và suy ra lực cản

$$X = 2b\int_0^l \tau_w dx = 0{,}072\rho u_\infty^2 bl\,Re^{-1/5}$$

Hệ số lực cản cục bộ:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2} = 0,0576\,Re_x^{-1/5}$$

Hệ số lực cản toàn phần:

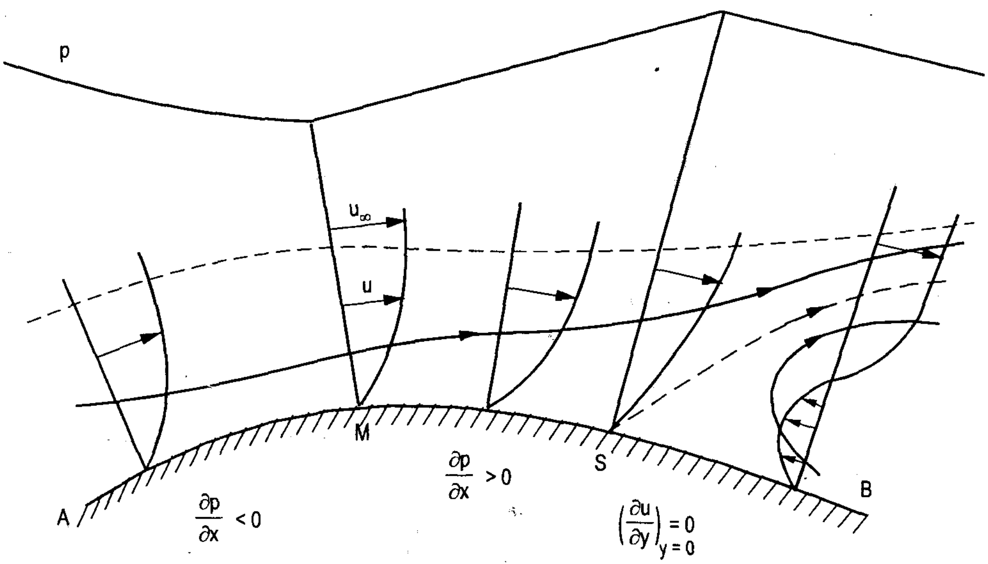
$$C_x = \frac{X}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 S} = 0,072\,Re^{-1/5}$$

So sánh với thực nghiệm, người ta lấy 0,074.

3. Lớp biên trên mặt cong

Ta đã khảo sát xong hai bài toán lớp biên trên tấm phẳng tương đối đơn giản. Nhưng trong các máy có cánh (tuabin, máy nén khí, quạt v.v...) thường gặp những vật có hình dạng cong như các dãy cánh. Khi dòng chảy bao quanh mặt cong thường xảy ra một hiện tượng khá quan trọng: xuất hiện điểm rời của lớp biên. Ta sẽ giải thích hiện tượng này dựa trên điều đã chứng minh trong phần hệ phương trình lớp biên $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$

Ta khảo sát dòng bao quanh mặt cong AB (hình 8.6).



Hình 8.6

Giả sử áp suất của dòng ngoài dọc AB lúc đầu giảm, đạt giá trị cực tiểu ở M và sau đó sẽ tăng. Miền dòng ngoài mà tại đó gradien áp suất âm $\left(\frac{\partial p}{\partial x} < 0\right)$ gọi là miền thu hẹp dần. Miền chuyển động sau điểm M có gradien áp suất dương $\left(\frac{\partial p}{\partial x} > 0\right)$ gọi là miền mở rộng dần. Tại miền thu hẹp dần dòng ngoài sẽ tăng tốc, còn ở miền mở rộng dần dòng sẽ bị hãm. Vì trong lớp biên $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$, nên có thể kết luận là phân bố áp suất cũng sẽ tương tự như thế trong bất kì khoảng cách y < δ trong lớp biên trên đoạn AB.

Trong phạm vi lớp biên vận tốc trước điểm M sẽ tăng, còn sau M sẽ giảm. Đến mặt cắt S nào đấy, các phần tử chất lỏng ở sát bề mặt AB không thể thắng ảnh hưởng hãm của dòng ngoài và chúng bị dừng lại. Tại S sẽ có:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$$

Sau điểm S, dưới tác dụng của độ chênh áp suất ngược chiều dòng chảy, các phần tử chất lỏng ở sát bề mặt AB sẽ bắt đầu chuyển động ngược, gọi là dòng thứ cấp. Gặp dòng chính dòng thứ cấp bị đẩy ra khỏi bề mặt AB, dẫn đến hiện tượng tách rời lớp biên. Điểm S là điểm rời của lớp biên.

Sau đây ta xét cách giải cụ thể bài toán lớp biên chảy tầng trên mặt cong dựa vào phương trình xung lượng (8.3) theo cách giải gần đúng của hai nhà bác học Liên Xô Kôchin và Lôixianxki.

Vì trong phương trình (8.3) có 3 ẩn số δ^*, δ^{**} và τ_w, nên tất cả các phương pháp giải gần đúng đều tìm cách đưa về phương trình chứa một ẩn bằng cách chọn một họ các prôfin vận tốc chỉ phụ thuộc một thông số. Chọn prôfin vận tốc như thế sẽ có thể biểu diễn δ^*, δ^{**} và τ_w qua một thông số và như vậy sẽ được phương trình vi phân thường đối với thông số đã chọn.

Kôchin và Lôixianxki đã chọn thông số đó là đại lượng f - gọi là thông số hình dáng:

$$f = \frac{\delta^{**2} u'_\infty}{\nu} \tag{8.5}$$

Khi đó họ prôfin trong lớp biên chảy tầng sẽ có dạng phụ thuộc sau đây:

$$\frac{u}{u_\infty} = \varphi\left(\frac{y}{\delta^{**}}, f\right) = \varphi(\eta_1, f)$$

Còn δ^*, δ^{**} và τ:

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy = \delta^{**} \int_0^{\eta_1} [1 - \varphi(\eta_1, f)]\, d\eta_1 = \delta^{**} H(f)$$

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \mu \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \eta_1}\right]_{\eta_1 = 0} \frac{u_\infty}{\delta^{**}} = \frac{\mu u_\infty}{\delta^{**}} \varphi'(0, f)$$

Nếu kí hiệu $\varphi'(0,f) = \zeta(f) = \dfrac{\tau_w \delta^{**}}{\mu u_\infty}$, thì phương trình (8.3) sẽ có dạng:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{u'_\infty}{u_\infty}\delta^{**}\left[2 + H(f)\right] = \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2} = \frac{\nu}{u_\infty \delta^{**}}\zeta(f)$$

Nhân phương trình đó với $\dfrac{\delta^{**}}{\nu}$, ta sẽ được:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{d}{dx}\left(\frac{\delta^{**2}}{\nu}\right) + \frac{u'_\infty \delta^{**2}}{\mu_\infty \nu}\left[2 + H(f)\right] = \frac{\zeta(f)}{u_\infty}$$

hay là, với chú ý:

$$\frac{u'_\infty \delta^{**2}}{u_\infty \nu} = \frac{f}{u_\infty}$$

và kí hiệu:

$$2[\zeta(f) - (2 - H)f] = F(f).$$

phương trình xung lượng sẽ có dạng:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\delta^{**2}}{\nu}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{f}{u'_\infty}\right) = \frac{F(f)}{u_\infty}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f}{u'_\infty}\right) = \frac{1}{u'_\infty}\cdot\frac{df}{dx} - f\frac{u''}{u'^2_\infty}$$

nên phương trình trên có dạng cuối cùng:

$$\frac{df}{dx} = \frac{u''_\infty}{u'_\infty}f + \frac{u'_\infty}{u_\infty}F(f) \qquad (8.6)$$

Khi biết F(f) và cho u_∞ (x) có thể giải được phương trình đó và sẽ tìm được f(x), từ đó suy ra δ^{**} và $\tau_w(x)$.

Từ các lời giải chính xác đã được thực nghiệm chứng minh, ta có thể biểu diễn F(f) dưới dạng hàm tuyến tính:

$$F(f) = a - bf$$

Trên hình (8.7) biểu diễn các đường cong H(f), ζ(f) và F(f) ứng với lời giải chính xác của bài toán lớp biên chảy tầng khi vận tốc $u_\infty = cx^n$ và a = 0,45, b = 5,35.

Sau khi thay giá trị của F(f) vào phương trình (8.6), ta sẽ được phương trình xung lượng dưới dạng:

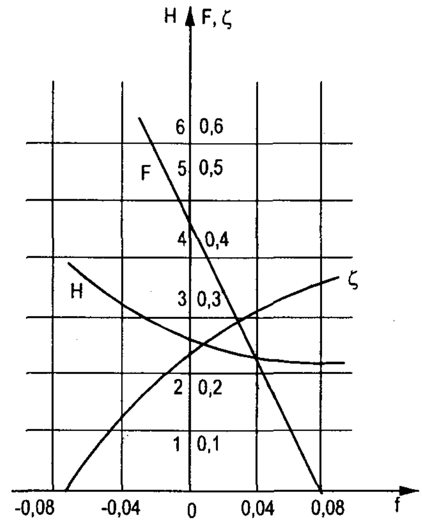
$$\frac{df}{dx} = a\frac{u'_\infty}{u_\infty} + \left(\frac{u''_\infty}{u'_\infty} - b\frac{u'_\infty}{u_\infty}\right)f$$

Đó là phương trình vi phân thường tuyến tính bậc nhất và nghiệm của nó sẽ là:

$$f = \frac{au'_\infty}{u^b_\infty}\int_0^x u^{b-1}(\zeta)d\zeta + C\frac{u'_\infty}{u^b_\infty} \qquad (8.7)$$

Hằng số tích phân C được xác định từ các điều kiện biên: x = 0; u = 0 và f hữu hạn, nên C = 0. Biểu diễn δ^{**} qua thông số hình dáng f theo công thức (8.5) ta được:

$$\delta^{**} = \sqrt{\frac{f\nu}{u'_\infty}} = \sqrt{\frac{\nu a}{u^b_\infty}\int_0^x u^{b-1}_\infty(\zeta)d\zeta} \qquad (8.8)$$



Hình 8.7

Biết f(x) và δ^{**}, theo đồ thị trên hình (8.7) có thể tìm được H(f) và ζ(f), từ đó suy ra $\delta^* = \delta^{**}H$.

$$\tau_w(x) = \mu\frac{u_\infty(x)}{\delta^{**}(x)}\zeta(f)$$

Toạ độ của điểm rời được xác định từ điều kiện $\tau_w = 0$. Nó ứng với ζ(f) = 0. Từ hình (8.7) ta thấy ζ(f) = 0 khi $f_s = -0,0681$. Dấu âm chứng tỏ điểm rời xảy ra trong vùng mở rộng dần.

Các kết quả tính toán trên hoàn toàn phù hợp với kết quả thực nghiệm khi f > 0, còn miền gần $f = f_s$, kết quả hơi khác nhau.

§8.4. LỚP BIÊN NHIỆT ĐỘ

Trên cơ sở những kết quả vừa thu được, ta khảo sát một loại lớp biên khác gọi là lớp biên nhiệt độ, mà thường gặp ở trên các vật hay trong các máy có cánh chuyển động với vận tốc lớn.

1. Định nghĩa

Tương tự lớp biên đã xét ở trên - còn gọi là lớp biên động học hay lớp biên vận tốc - ta có lớp biên nhiệt độ.

Nếu nhiệt độ của vật bị bao quanh và nhiệt độ của dòng chảy khác nhau, thì chiều dày của miền mà tại đó xảy ra sự biến thiên từ nhiệt độ của vật đến nhiệt độ của dòng chảy sẽ phụ thuộc vào một đại lượng không thứ nguyên. Đại lượng đó, tương tự như số Râynôn trong lớp biên động học, gọi là số Râynôn nhiệt độ:

$$Re_T = \frac{ul}{a}$$

trong đó: $a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$ - hệ số dẫn nhiệt độ;

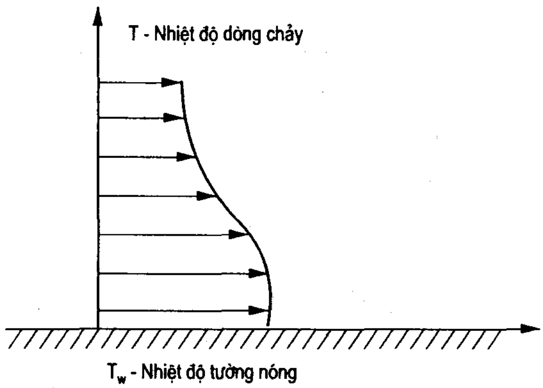
λ - hệ số dẫn nhiệt;

C_p - nhiệt dung đẳng áp.

Kí hiệu chiều dày đó là δ_T, còn chiều dày không thứ nguyên:

$$\overline{\delta}_T = \frac{\delta_T}{l}$$

Khi Re_T nhỏ thì $\overline{\delta}_T >> 1$; còn khi Re_T lớn thì $\overline{\delta}_T << 1$. Định nghĩa: lớp biên nhiệt độ là lớp sát vật bị dòng chảy bao quanh, mà tại đó khi số Re_T lớn thì nhiệt độ sẽ biến thiên từ nhiệt độ của vật đến nhiệt độ của dòng chảy (hình 8.8).



Hình 8.8

2. Phương trình lớp biên nhiệt độ. Hệ thức tích phân của lớp biên nhiệt độ

Xuất phát từ phương trình dẫn nhiệt cho chuyển động phẳng, dừng:

$$u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$$

trong đó: T - nhiệt độ.

Tiến hành tương tự như đối với lớp biên động học ở phần §8.2, nghĩa là viết phương trình trên dưới dạng không thứ nguyên rồi đánh giá bậc các số hạng ta sẽ có phương trình lớp biên nhiệt độ.

$$u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Từ đó có hệ thức tích phân của lớp biên nhiệt độ hay còn gọi là dòng nhiệt truyền qua lớp biên:

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} = \frac{a}{u_\infty T_\infty} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

trong đó: $$\delta_T^{**} = \int_0^{\delta_T} \frac{u_x}{u_\infty}\left(1 - \frac{T}{T_\infty}\right) dy$$

hay biến đổi

$$T_\infty - T = (T_\infty - T_W) - (T - T_W) \equiv \theta - \overline{\theta}$$

Ta sẽ được hệ thức tích phân của lớp biên nhiệt độ:

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} = \frac{a}{\theta u_\infty} \cdot \left.\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{8.9}$$

Trong đó:

$$\delta_T^{**} = \int_0^{\delta_T} \frac{u_x}{u_\infty}\left(1 - \frac{\overline{\theta}}{\theta}\right)dy$$

3. Lớp biên nhiệt độ trên tấm phẳng

Ta giải cụ thể một bài toán lớp biên nhiệt độ: dòng chất lỏng chảy tầng với vận tốc không đổi u_∞ bao quanh tấm phẳng có nhiệt độ cố định T_W. Để sử dụng hệ thức tích phân (8-9) phải biết prôfin vận tốc và prôfin nhiệt độ trong lớp biên. Ta cho dạng prôfin nhiệt độ:

$$T(y) = b_o + b_1 y + b_2 y^2 + ... + b_n y^n \tag{8.10}$$

Số lượng các số hạng và giá trị các hệ số b_o, b_1, b_2... b_n có thể xác định theo các điều kiện biên cho trước. Ở đây, ta có các điều kiện biên:

Khi $y = 0$ (ở trên mặt vật): $T = T_W$; $\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$

$$y = \delta_T : T = T_\infty ; \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

Thay các điều kiện trên vào (8.10) ta sẽ được một hệ phương trình với 4 ẩn: b_o, b_1, b_2, b_3:

$$T_W = b_o ; T_1 = b_o + b_1\delta_T + b_2\delta_T^2 + b_3\delta_T^3$$

$$2b_2 = 0; b_1 + 2b_2\delta_T + 3b_3\delta_T^3 = 0$$

Giải hệ phương trình đó, sẽ tìm được:

$$b_o = T_w ; b_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{T_\infty - T_w}{\delta_T}$$

$$b_2 = 0; b_3 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{T_1 - T_w}{\delta_T^3}$$

Do đó: $$T = T_w + \frac{3}{2}(T_\infty - T_w)\frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2}(T_\infty - T_w)\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3$$

hay là: $$\frac{\overline{\theta}}{\theta}=\frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}=\frac{3}{2}\cdot\frac{y}{\delta_T}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3 \tag{8.11}$$

Prôfin vận tốc ta cũng chọn dưới dạng:

$$u_x \equiv u = a_o + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3$$

Với các điều kiện biên:

$$y=0: u=0; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

$$y=\delta: u=u_\infty; \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0$$

sẽ tìm được:

$$a_o=0; \ a_1=\frac{3}{2}\cdot\frac{u_\infty}{\delta}; \ a_2=0;$$

$$a_3=\frac{1}{2}\cdot\frac{u_\infty}{\delta^3}$$

Suy ra, prôfin vận tốc có dạng:

$$\frac{u}{u_\infty}=\frac{3}{2}\cdot\frac{y}{\delta}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \tag{8.12}$$

Thay các giá trị (8.11), (8.12) vào phương trình (8.9) và với giả thiết $\delta_T \le \delta$ sau vài phép biến đổi ta sẽ được phương trình:

$$\left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^3+\frac{4}{3}x\frac{d\left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^3}{dx}=\frac{1}{Pr} \tag{8.13}$$

Trong đó:

$$Pr=\frac{\nu}{a} \text{ - số Prandtl}$$

Nghiệm riêng của phương trình đó là:

$$\frac{\delta_T}{\delta}=\frac{1}{Pr^{1/3}} \text{ hay là } \delta_T=\frac{\delta}{Pr^{1/3}}$$

Trong phần §8.3 đã tính được:

$$\delta=4,64\sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}$$

suy ra:

$$\delta_T = 4,64.\frac{1}{Pr^{1/3}}\sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}} \tag{8.14}$$

Như vậy, chiều dày lớp biên nhiệt độ trên tấm phẳng tỉ lệ với $\sqrt{x}$ cũng giống như chiều dày lớp biên vận tốc.

Tương tự như tính hệ số lực cản trong lớp biên vận tốc, ở đây ta tính hệ số trao đổi nhiệt cục bộ $\alpha(x)$. Nó được xác định như sau:

$$\alpha(x) = \frac{q_w}{T_w - T_\infty} = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} \times \frac{1}{T_w - T_\infty} = \frac{\lambda}{\theta}\cdot\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial y}\bigg|_{y=0}$$

Từ (8.11) ta có:

$$\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial y}\bigg|_{y=0} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\theta}{\delta_T}$$

Và với chú ý (8.14) ta được:

$$\alpha(x) = 0,323\lambda\sqrt[3]{Pr}\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$$

Có thể tính hệ số trao đổi nhiệt trung bình:

$$\alpha_{tb} = \frac{1}{x}\int_0^x \alpha(x)dx = 0,646\lambda\sqrt[3]{Pr}\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} = 2\alpha$$

Thông thường trong trao đổi nhiệt người ta dùng tiêu chuẩn tương tự Nuxen:

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$$

Số Nuxen cục bộ sẽ là:

$$Nu_x = \frac{\alpha x}{\lambda} = 0,323\sqrt[3]{Pr}\sqrt{Re}$$

Số Nuxen toàn phần:

$$Nu = \frac{\alpha_{tb} l}{\lambda} = 0,646\sqrt[3]{Pr}\sqrt{Re}$$

Lượng nhiệt truyền từ một đơn vị chiều rộng của một mặt tấm phẳng trong một đơn vị thời gian:

$$Q = \alpha(T_w - T_\infty)l.1 = \lambda\frac{\alpha l}{\lambda}(T_w - T_\infty) = \lambda(T_w - T_\infty)Nu$$

Ta nói thêm về cách biến đổi để có được phương trình (8.13).

Sau khi biết prôfin nhiệt độ (8.11) và prôfin vận tốc (8.12), ta có thể viết hệ thức tích phân (8.9) dưới dạng:

$$\frac{d}{dx}\int_o^{\delta_T}\left[1-\frac{3}{2}\cdot\frac{y}{\delta_T}+\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^2\right]\times\left[\frac{3}{2}\cdot\frac{y}{\delta}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right]dy=\frac{3}{2}\cdot\frac{a}{u_\infty\delta_T} \tag{8.15}$$

Dễ dàng tính được tích phân trên nếu giả thiết $\delta_T \le \delta$. Trong trường hợp này, tích phân trong khoảng $(\delta - \delta_T)$ luôn luôn bằng không vì $\overline{\theta}=\theta$, suy ra giá trị của hàm dưới dấu tích phân trong biểu thức của δ_T^{**} trong khoảng $(\delta - \delta_T)$ luôn luôn bằng không.

Nếu ta đặt $h=\frac{\delta_T}{\delta}$, nghĩa là $\delta_T = h\delta$ thì tích phân trong phương trình (8.15) sẽ bằng:

$$\int_o^{\delta_T}\left(1-\frac{\overline{\theta}}{\theta}\right)\frac{u}{u_\infty}dy=\delta\left(\frac{3}{20}h^2-\frac{3h^4}{280}\right)=\frac{3}{20}\delta h^2\left(1-\frac{1}{14}h^2\right)$$

Số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất vì ta giả thiết $\delta_T \le \delta$ nghĩa là $h \le 1$. Bỏ qua số hạng thứ hai, cuối cùng ta sẽ có phương trình vi phân:

$$\frac{3}{20}\cdot\frac{d}{dx}\delta h^2=\frac{3}{2}\cdot\frac{a}{u_\infty\delta_T}=\frac{3}{2}\cdot\frac{a}{u_\infty h\delta}$$

hay là:

$$h^3\delta\frac{d\delta}{dx}+2h^2\delta^2\frac{dh}{dx}=10\frac{a}{u_\infty} \tag{8.16}$$

Thay các giá trị $\delta\frac{d\delta}{dx}$ và δ^2 từ lớp biên vận tốc:

$$\delta\frac{d\delta}{dx}=\frac{140}{3}\cdot\frac{\nu}{u_\infty} \text{ và } \delta^2=(4,64)^2\frac{\nu x}{u_\infty}$$

Phương trình (8.16) có dạng:

$$\frac{14}{13}\cdot\frac{\nu}{a}\left(h^3+4xh^2\frac{dh}{dx}\right)=1$$

coi: $\frac{14}{13}\simeq 1$ và $\frac{\nu}{a}=Pr$ ta được:

$$h^3+\frac{4}{3}x\frac{dh^3}{dx}=\frac{1}{Pr} \tag{8.17}$$

Ví dụ 1: Tính chiều dày mặt tăng vọt nén thẳng dựa vào phương trình truyền nhiệt:

$$u_\infty\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\lambda}{C_p\rho}\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Trong đó có thể xem các đại lượng C_p, ρ, λ là không đổi, (theo lí thuyết động học chất khí ta có công thức gần đúng $\lambda = \rho C_p \alpha l$; trong đó l - chiều dài chạy tự do trung bình của phân tử, a - vận tốc âm).

Bài giải:

Từ phương trình truyền nhiệt:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\lambda}{C_p \rho u_\infty} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

với các điều kiện biên:

khi $x = -\infty : T = T_\infty$

khi $x = 0 : T = T_{2\infty}$

$T_{2\infty}$ – nhiệt độ sau mặt tăng vọt nén. Suy ra:

$$T = T_\infty + (T_{2\infty} - T_\infty)\exp\left(C_p \rho u_\infty \frac{x}{\lambda}\right)$$

Chiều dày mặt tăng vọt nén d được xác định dựa vào gradien nhiệt độ tại x = 0 từ biểu thức sau:

$$d = \frac{T_{2\infty} - T_\infty}{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0}} = \frac{\lambda}{C_p \rho u_\infty} = \frac{l}{M}$$

$M = \frac{u}{a}$ - số Mắc

Ví dụ 2: Dựa vào đồ thị trên hình 8.9 hãy tính hệ số lực cản của tấm phẳng trong lớp biên chảy tầng khi số $Re = 3.10^5$ và số M = 2,13.

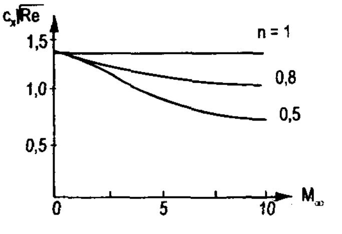
Bài giải:

Trên đồ thị, n là số mũ của biểu thức:

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^n$$

trong đó: μ - hệ số nhớt; T - nhiệt độ.

Cả 3 trường hợp ứng với số Pr = 1.



Hình 8.9

Dựa trên đồ thị, ta sẽ tìm được hệ số lực cản C_x.

$$C_x = \frac{1,3}{\sqrt{Re}} = 0,0024$$

(đối với không khí, lấy n = 0,8).

Ví dụ 3. Hãy so sánh nhiệt độ trên tấm phẳng T_1 bị dòng chảy bao quanh với nhiệt độ tại điểm tới hạn phía trước T_o khi số M = 1 ; 3 ; 5. Dòng bao có T = 220°K, Pr = 0,7.

Bài giải:

Đối với trường hợp chuyển động dừng ta có các công thức sau:

$$T_o = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)T_\infty$$

$$\frac{T_1}{T_\infty} - 1 = \left(\frac{T_o}{T_\infty} - 1\right)\sqrt{Pr}$$

Từ các biểu thức đó ta tính được các giá trị sau đây của nhiệt độ:

M_∞	$T_o - 273°$	$T_1 - 273°$
1	− 9°	−17°
3	343°	282°
5	1037°	865°

Nhưng tại điểm tới hạn phía trước mà tại đó sự trao đổi nhiệt khá yếu do vận tốc nhỏ, trạng thái dừng đạt được rất chậm; vì vậy những vật có đầu tù ít nguy hiểm so với những vật có mũi nhọn.

Ví dụ 4. Dựa vào đồ thị trên hình 8.9, hãy tìm hệ số lực cản C_x của tấm phẳng bằng phương pháp Pônhauzen mở rộng cho n = 0,75 và n = 1.

Bài giải:

Ta có hệ thức tích phân Karman:

$$\mu_1\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_1 = \delta^*\rho_\infty u_\infty\frac{du_\infty}{dx} + \frac{d}{dx}(\rho_\infty u_\infty^2\delta^{**})$$

Trong đó: δ^*, δ^{**} - chiều dày bị ép và chiều dày tổn thất xung lực.

Giả sử đặt: $$C = u_\infty\frac{d}{dx}\left(\rho_\infty\frac{\delta^{**2}}{\mu_1}\right)$$

Khi đó với giá trị của thông số:

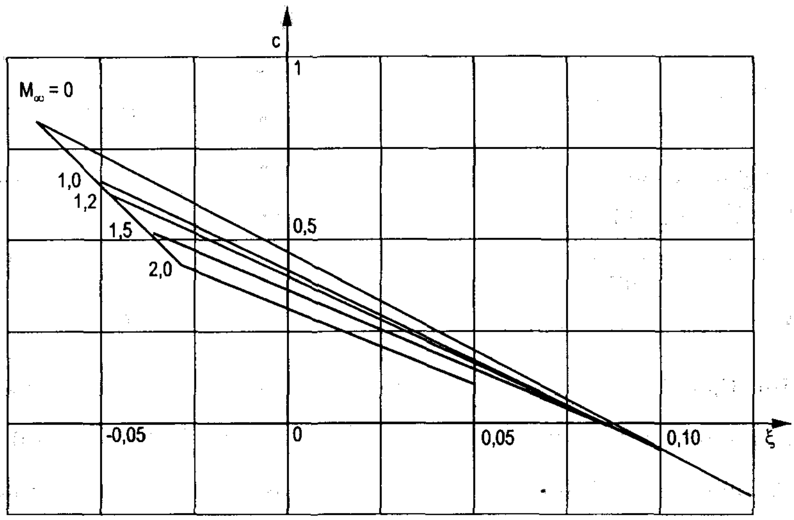
$$\xi = \frac{\rho_\infty\delta^{**2}}{\mu_1}\cdot\frac{du_\infty}{dx} = 0$$

từ hệ thức tích phân Karman trên ta được:

$$C_x\sqrt{Re_\infty} = 2\sqrt{C\left(\frac{T_1}{T_\infty}\right)^n}$$

Từ hình 8.9 ta thấy giá trị vế phải của biểu thức trên sẽ gần bằng 1,3. Đại lượng C được xác định nhờ đồ thị của phương pháp Pônhauzen mở rộng (hình 8.10), Kết quả cuối cùng ta sẽ tính được giá trị các thông số sau đây:

M_∞	C	$\frac{T_1}{T_\infty}$	$C_x\sqrt{Re_\infty}$	
			n = 1	n = 0,75
0	0,44	1,0	1,33	1,33
1	0,39	1,2	1,37	1,34
2	0,30	1,8	1,47	1,36



Hình 8.10

Ví dụ 5. Một thiết bị đo gió có bộ phận báo vận tốc gió là một tấm làm bằng vật liệu đuyra dạng chữ nhật với kích thước lbδ (trong đó: l - chiều dài; b - chiều rộng và δ - chiều dày của tấm), quay không ma sát xung quanh trục nằm ngang O. Trục O được bố trí nằm trùng với cạnh b của tấm (hình 8.11).

Xác định công thức biểu diễn mối liên hệ giữa vận tốc gió u_∞ với góc lệch của tấm α so với vị trí thẳng đứng.

Lấy khoảng cách x từ tâm của mặt phẳng hứng gió (áp tâm) đến trục quay của tấm theo công thức thực nghiệm:

$$x = l(0,2 + 0,3\cos\alpha)$$

Trọng lượng riêng của vật liệu làm tấm báo vận tốc gió là γ_d:

Bài giải:

Áp lực gió tác dụng lên tấm có diện tích lb bằng:

$$P = Clb\rho_{kk}\frac{u_\infty^2}{2}$$

Trong đó:

C - hệ số cản của tấm;

ρ_{kk} - khối lượng riêng của không khí.

Trọng lượng của tấm báo tốc độ gió bằng:

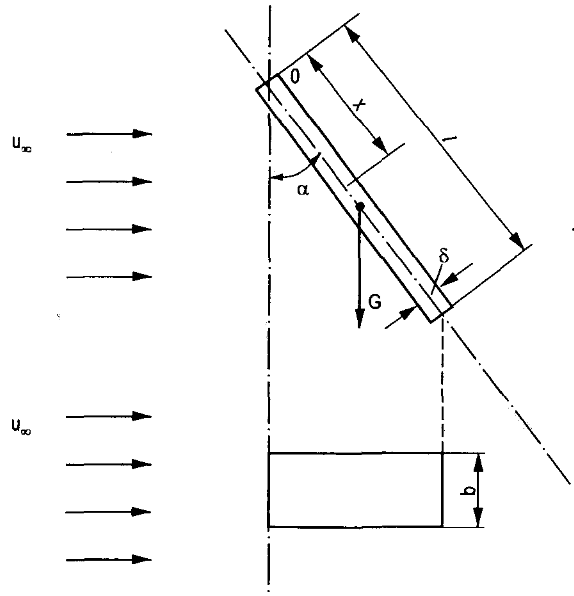
$$G = \gamma_d bl$$

Phương trình cân bằng lực tác dụng lên tấm:

$$Px = G\frac{1}{2}\sin\alpha$$

Sau khi thay giá trị của các đại lượng P, G và x vào cuối cùng rút ra:

$$u_\infty = \sqrt{\frac{\delta\gamma_d \sin\alpha}{C\rho_{kk}(0,2+0,3\cos\alpha)}}$$



Hình 8.11

Ví dụ 6. Một dòng khí chuyển động dưới một góc φ so với phương thẳng đứng chảy bao quanh tấm phẳng nằm ngang có diện tích là ω và trọng lượng G. Tấm phẳng sẽ nằm yên lơ lửng. Bỏ qua ma sát, khi tính toán giả thiết rằng hệ số lực cản của tấm C_φ chỉ phụ thuộc vào góc φ.

Xác định vận tốc dòng khí u_∞ và công suất dòng khí N tiêu thụ để giữ tấm phẳng đó nằm lơ lửng (hình 8.12).

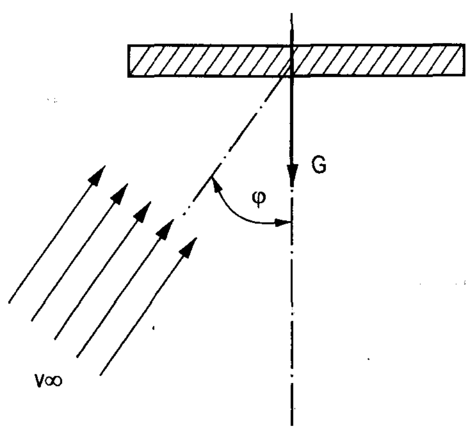
Bài giải:

Áp lực P dòng khí tác dụng lên tấm sẽ hướng thẳng góc với tấm (vì bỏ qua ma sát), bằng:

$$P = C_\varphi \omega \gamma_k \frac{u_\infty^2}{2g}$$

Trong đó: γ_k - trọng lượng riêng của khí.

Chú ý rằng ảnh hưởng của góc φ đến áp lực khí tác dụng lên tấm được kể đến trong hệ số cản C_φ.



Hình 8.12

Xét điều kiện cân bằng lực khi tấm phẳng nằm lơ lửng ta có:

$$G = P$$

Do đó:

$$G = C_{\varphi}\omega\gamma_k \frac{u_{\infty}^2}{2g}$$

rút ra:

$$u_{\infty} = \sqrt{\frac{2gG}{C_{\varphi}\omega\gamma_k}}$$

Công suất dòng khí:

$$N = \frac{mu_{\infty}^2}{2}$$

Trong đó: m - khối lượng giây của dòng khí;

$$m = \omega\rho_k u_{\infty}\cos\varphi$$

Từ đó ta có:

$$N = \frac{G}{C_{\varphi}}\sqrt{\frac{2gG}{C_{\varphi}\omega\gamma_k}}\cos\varphi$$

Chương 9
CƠ SỞ LÍ THUYẾT THỨ NGUYÊN, TƯƠNG TỰ

§9.1. MỞ ĐẦU

Những lời giải chính xác (bằng phương pháp lí thuyết) của một số bài toán thủy khí động lực là rất hiếm. Trên thực tế, người ta sử dụng nhiều phương pháp thực nghiệm. Phương pháp mô hình hoá tương đối phổ biến. Nó dựa trên lí thuyết thứ nguyên và tương tự. Mô hình hoá là sự thay thế việc nghiên cứu hiện tượng của một đối tượng trên nguyên mẫu bằng việc nghiên cứu hiện tượng tương tự trên mô hình có kích thước bé hơn hay lớn hơn.

Ý nghĩa của phương pháp: dựa vào những kết quả thí nghiệm trên mô hình có thể kết luận về các hiện tượng xảy ra trên nguyên mẫu. Điều kiện sử dụng được những kết quả trên mô hình là khi tiến hành thí nghiệm phải tuân theo những quy luật nhất định của mô hình hoá. Những quy luật đó là những tiêu chuẩn tương tự.

Việc xác định các tiêu chuẩn tương tự hay là các đại lượng không thứ nguyên (các số) khi mô hình hoá các hiện tượng là một vấn đề rất phức tạp. Khi giải bài toán này có thể chia các hiện tượng nghiên cứu ra làm hai loại.

1. Những hiện tượng và các quá trình có thể được mô tả bằng các phương trình (như phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng trong ống, trong khe hẹp v.v...).

Khi đó các tiêu chuẩn tương tự được xác định dễ dàng như là các hệ số của phương trình viết dưới dạng không thứ nguyên.

2. Các quá trình và các hiện tượng chưa được mô tả bằng các phương trình. Khi đó, lí thuyết duy nhất cho phép tìm các tiêu chuẩn tương tự là lí thuyết thứ nguyên.

§9.2. LÍ THUYẾT THỨ NGUYÊN

1. Các đại lượng có thứ nguyên như độ dài, diện tích, vận tốc, áp suất v.v... Các đại lượng không thứ nguyên như góc đo bằng rađian (rad), số Râynôn (Re), số Mắc (M), v.v...

Định nghĩa: Đại lượng có thứ nguyên là đại lượng mà các giá trị bằng số của nó phụ thuộc vào hệ đơn vị đo lường do ta chọn.

Đại lượng không thứ nguyên là đại lượng mà các giá trị bằng số của nó không phụ thuộc vào hệ đơn vị đo lường do ta chọn.

Các định nghĩa nêu trên chỉ có tính chất tương đối.

2. Thứ nguyên

- Đơn vị cơ bản và đơn vị dẫn suất.

Các đại lượng vật lí được liên hệ với nhau bằng những biểu thức nhất định. Trong cơ học thường chọn 3 đại lượng cơ bản: độ dài L; thời gian T; khối lượng M và thiết lập cho chúng một đơn vị đo lường nào đó gọi là đơn vị cơ bản, như hệ đơn vị SI (m, s, kg), hệ đơn vị CGS (cm, gam, s)...

Đơn vị dẫn suất là đơn vị biểu diễn qua đơn vị cơ bản như cm/s; kg/m^3 v.v...

Thứ nguyên là biểu thức biểu diễn đơn vị dẫn xuất qua đơn vị cơ bản và được kí hiệu bằng dấu [ ]. Ví dụ thứ nguyên của vận tốc [L/T], của gia tốc $[L/T^2]$ v.v...

3. Công thức tổng quát của thứ nguyên

Lí thuyết thứ nguyên dựa trên hai định lí sau đây:

a) Tỉ số giữa hai giá trị bằng số của một đại lượng dẫn xuất bất kì nào đấy không phụ thuộc vào việc chọn các kích thước của hệ đơn vị cơ bản. Chẳng hạn như tỉ số giữa hai diện tích không phụ thuộc vào việc là chúng được đo trong hệ đơn vị nào.

Từ định lí này có thể suy ra công thức thứ nguyên tổng quát của các đại lượng vật lí:

$$a = L^l T^t M^m \tag{9.1}$$

Chẳng hạn như công thức thứ nguyên của vận tốc [L/T] sẽ có $l = 1$; $t = -1$; $m = 0$; của gia tốc $[L/T^2]$: $l = 1$, $t = -2$; $m = 0$.

b) Biểu thức bất kì giữa các đại lượng có thứ nguyên có thể biểu diễn như biểu thức giữa các đại lượng không thứ nguyên. Đây chính là nội dung của định lí Pi (π) - Buckingham.

Biểu thức toán học của định lí này có thể biểu diễn dưới dạng sau: nếu đại lượng có thứ nguyên a là hàm của các đại lượng độc lập với nhau có thứ nguyên $a_1, a_2, \ldots a_k \ldots a_n$, nghĩa là:

$$a = f(a_1, a_2, \ldots\ldots a_k, a_{k+1}, \ldots\ldots a_n) \tag{9.2}$$

Nếu $k \le n$ là số các đại lượng có thứ nguyên cơ bản thì $(n + 1 - k)$ tổ hợp không thứ nguyên p_i của các đại lượng có thứ nguyên ở trên có thể biểu diễn dưới dạng: (theo (9.1)):

$$\pi = \frac{a}{a_1^{m1} a_2^{m2} \ldots\ldots a_k^{mk}};$$

$$\pi_1 = \frac{a_{k+1}}{a_1^{p1} a_2^{p2} \ldots\ldots a_k^{pk}};$$

....

$$\pi_{n-k} = \frac{a_n}{a_1^{q1} a_2^{q2} \ldots . a_k^{qk}};$$

Nghĩa là số tổ hợp bằng hiệu giữa số đại lượng có thứ nguyên và số thứ nguyên cơ bản.

Như vậy, trong hệ đơn vị mới biểu thức (9.2) có thể viết dưới dạng:

$$\pi = f(1,1,\ldots 1, \pi_1, \pi_2 \ldots, \pi_{n-k})$$

Mỗi tổ hợp không thứ nguyên là một tiêu chuẩn tương tự. Có nghĩa là nếu đại lượng không thứ nguyên (ví dụ hệ số lực cản C_x) phụ thuộc n đại lượng, mà số thứ nguyên cơ bản của chúng bằng k, thì số tiêu chuẩn tương tự là $\pi = n - k$. Trong thủy khí động lực $k = 3$, vậy nên biểu diễn đại lượng nào đó qua bốn thông số.

Ví dụ 1. Hãy xác định sự phụ thuộc hệ số lực cản C_x của cánh vào các thông số dòng chảy.

Bài giải:

Giả sử C_x phụ thuộc vào các đại lượng có thứ nguyên sau đây: khối lượng riêng ρ, độ nhớt động lực học μ, vận tốc v và chiều dài của cánh L. Khi đó:

$$C_x = f(\rho, \mu, v, L)$$

Dùng công thức thứ nguyên có thể tìm được một tổ hợp không thứ nguyên của các đại lượng vật lí trên:

$$[C_x] = [\rho]^b [\mu]^d [v]^c [L]^n = 1$$

Để tìm các số mũ b, d, c, n ta thay vào công thức trên thứ nguyên của các đại lượng vật lí:

$$[\rho] = [ML^{-3}];[\mu] = [ML^{-1}T^{-1}];\ [v] = [LT^{-1}];\ [L] = [L]$$

Thay các giá trị đó vào biểu thức C_x:

$$[ML^{-3}]^b[ML^{-1}T^{-1}]^d[LT^{-1}]^c[L]^n = 1$$

từ đó ta có 3 phương trình đối với 3 thứ nguyên cơ bản:

$$\begin{aligned}
&M: b + d = 0\\
&L: -3d - d + c + n = 0\\
&T: -d - c = 0
\end{aligned}$$

Xem rằng một trong 4 số mũ, chẳng hạn n đã biết, giải hệ phương trình trên, ta được: $b = c = n$; $d = -n$. Như vậy ta tìm được dạng phụ thuộc của C_x vào đại lượng không thứ nguyên:

$$C_x = f\left[\left(\frac{vl\rho}{\mu}\right)^n\right] = f(Re^n)$$

nghĩa là C_x phụ thuộc vào số Râynôn. Số mũ n có thể tìm bằng thực nghiệm hoặc từ các điều kiện phụ về sức cản của cánh.

Ví dụ 2. Áp dụng định lí Pi để lập biểu thức tính công suất N của bơm.

Biết N phụ thuộc lưu lượng Q, cột áp H và trọng lượng riêng γ.

Bài giải:

Quan hệ giữa các đại lượng trên có thể biểu diễn qua phương trình (9.2):

$$f(\gamma, Q, H) = N$$

Có 4 đại lượng có thứ nguyên và chỉ có 3 thứ nguyên của đơn vị cơ bản, do đó có 4 - 3 = 1 số hạng π. Chọn γ, Q, H làm 3 đại lượng có thứ nguyên cơ bản, ta có thể lập số hạng π:

$$\pi = \frac{N}{Q^x \gamma^y H^z}$$

Viết dưới dạng thứ nguyên:

$$FLT^{-1} = [L^3T^{-1}]^x[FL^{-3}]^y[L]^z$$

Từ đó suy ra: $x = y = z = 1$.

Do đó: $$\pi = \frac{N}{\gamma QH} \text{ hay là } N = k\gamma QH$$

Qua hai ví dụ trên, có thể suy ra một số bước cơ bản để giải một bài toán như sau:

1. Lập biểu thức phụ thuộc (n + 1) đại lượng a (9.2). Ghi thứ nguyên của chúng.

2. Chọn k đại lượng cơ bản (thông thường k = 3). Viết công thức thứ nguyên của các đại lượng vật lí. Như vậy ta có (n + 1 - k) số hạng π.

3. Số hạng π đầu tiên có thể là tích của k đại lượng có số mũ chưa biết với một đại lượng khác có số mũ đã biết (thông thường cho số mũ đó bằng 1).

4. Lấy những đại lượng đã chọn ở mục 2 làm biến số (k đại lượng) và chọn một trong những biến số còn lại để lập số hạng π tiếp theo. Lặp lại tương tự liên tiếp cho các số π sau.

5. Nhờ phân tích thứ nguyên ta sẽ có hệ k phương trình đại số và từ đó xác định được số mũ của mỗi số hạng π.

§9.3. CÁC TIÊU CHUẨN TƯƠNG TỰ

Định nghĩa: Hai hiện tượng gọi là tương tự (hay đồng dạng) nếu dựa vào các đặc trưng của hiện tượng này có thể suy ra các đặc trưng của hiện tượng kia bằng một phép biến đổi đơn giản.

Điều kiện tương tự cơ bản của hai hiện tượng là các tiêu chuẩn tương tự phải bằng nhau (idem). Nếu kí hiệu n cho nguyên mẫu; m cho mô hình, thì $Re_n = Re_m$, $M_n = M_m$ v.v...

1. Tương tự hình học

Hai hệ thống thuỷ khí động lực tương tự hình học là khi các kích thước tương ứng của chúng tỉ lệ với nhau.

$$\frac{L_n}{L_m} = k_L \ ; \ \frac{S_n}{S_m} = k_L^2 ; ...$$

Trong đó: k_L - tỉ lệ tương tự hình học.

2. Tương tự động học

Hai hệ thống thủy khí động lực tương tự động học phải tương tự hình học và có thời gian di chuyển của một phần tử chất lỏng từ điểm này sang điểm khác trên các đường dòng tương ứng tỉ lệ.

Ta có: $$\frac{T_n}{T_m} = k_T$$

Trong đó: k_T - tỉ lệ tương tự thời gian.

Từ đó suy ra tỉ lệ vận tốc: $$\frac{v_n}{v_m} = \frac{L_n T_n^{-1}}{L_m T_m^{-1}} = k_L k_T^{-1}$$

Tương tự động học áp dụng trong các máy thủy khí là các tam giác vận tốc đồng dạng.

3. Tương tự động lực học

Hai hệ thống thuỷ khí động lực tương tự động học và có các khối lượng tương ứng tỉ lệ thì gọi là tương tự động lực học.

$$k_\rho = \frac{\rho_n}{\rho_m} \text{ - tỉ lệ tương tự động lực}$$

Tỉ lệ các lực: $$\frac{F_n}{F_m} = \frac{\rho_n L_n^3 L_n T_n^{-2}}{\rho_m L_m^3 L_m T_m^{-2}} = \frac{k_\rho k_L^4}{k_T^2}$$

Hay tổng quát: $$\frac{F_n}{F_m} = \frac{\rho_n L_n^2 V_n^2}{\rho_m L_m^2 v_m^2} = Ne = const$$

Tiêu chuẩn tương tự Newton hay số Niutơn.

Như vậy trong thực tế, hai hệ thống thuỷ khí động lực tương tự phải thoả mãn các điều kiện sau đây:

1. Chúng phải tương tự hình học.

2. Có tính chất giống nhau và có cùng phương trình vi phân.

3. Chỉ có thể so sánh với nhau giữa các đại lượng đồng nhất tại những toạ độ không gian giống nhau và thời gian giống nhau.

4. Các hằng số tương tự của hai hiện tượng có mối liên quan chặt chẽ với nhau. Việc chọn bất kì một trong những đại lượng nào đó sẽ tạo nên sự phụ thuộc xác định đối với những đại lượng hằng số tương tự còn lại.

4. Tương tự của hai chuyển động phẳng

Để làm sáng tỏ những điều đã nêu ở trên, ta hãy tìm các điều kiện cần thiết để cho hai chuyển động phẳng tương tự. Muốn vậy, ta viết phương trình chuyển động Navie - Stốc (4.5) cho trường hợp chuyển động phẳng dưới dạng không thứ nguyên bằng cách chọn các đại lượng đặc trưng (tỉ lệ) sau đây: chiều dài l (như bài kính ống, cung của cánh...), vận tốc v_0 (như vận tốc ở trên trục ống, ở vô cùng...), áp suất p_0, khối lượng riêng ρ_0, độ nhớt động học ν_0, thời gian t_0, lực khối viết cho một đơn vị khối lượng g - gia tốc trọng trường. Kí hiệu các đại lượng không thứ nguyên cũng bằng những chữ như các đại lượng có thứ nguyên. Khi đó ta sẽ có phương trình chuyển động và phương trình liên tục viết dưới dạng không thứ nguyên:

$$\frac{l}{v_o t_o}\frac{\partial u}{\partial t} + (u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}) = \frac{gl}{v_o^2}X - \frac{p_o}{\rho_o v_o^2}\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu_o}{v_o l}\nu\Delta u;$$

$$\frac{l}{v_o t_o}\frac{\partial v}{\partial t} + (u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}) = \frac{gl}{v_o^2}Y - \frac{p_o}{\rho_o v_o^2}\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu_o}{v_o l}\nu\Delta v;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Từ hệ phương trình trên suy ra nếu hai dòng chảy tượng tự, có nghĩa là chúng được mô tả bằng những phương trình và các điều kiện biên giống nhau, thì phải có cùng giá trị các đại lượng không thứ nguyên sau đây:

$$\frac{l}{v_o t_o};\ \frac{gl}{v_o^2};\ \frac{p_o}{\rho_o v_o^2};\ \frac{\nu_o}{v_o l}$$

Trong lí thuyết tương tự, những đại lượng đó có tên riêng và gọi là những số hay là tiêu chuẩn tương tự:

$\frac{l}{v_o t_o}$ = Sh - số Stơruhan (Shtrouhal), đặc trưng cho quá trình không dừng.

$\frac{v_o}{\sqrt{gl}}$ = Fr - số Frút (Froud), đặc trưng cho lực trọng trường.

$\frac{v_o l}{\nu_o}$ = Re - số Râynôn (Reynolds) quen thuộc, đặc trưng cho lực nhớt.

$\frac{p_o}{\rho_o v_o^2}$ = Eu - Số Ơle (L. Euler) đặc trưng cho áp lực.

Điều kiện bằng nhau của các số tương tự được kí hiệu bằng chữ idem (là một), nghĩa là hai dòng phẳng của chất lỏng không nén được sẽ tương tự khi:

$$Sh = idem;\ Fr = idem;\ Re = idem;\ Eu = idem$$

Số Ơle đối với chất lỏng nén được có dạng.

$$Eu = \frac{p_o}{\rho_o v_o^2} = \frac{1}{k}\frac{a^2}{v_o^2} = \frac{1}{k}\frac{1}{M^2}$$

Trong đó $a = \sqrt{k\frac{p}{\rho}}$ - vận tốc âm; $k = \frac{C_p}{C_v}$ - chỉ số đoạn nhiệt, $M = \frac{v}{a}$ - số Mắc.

Như vậy, hai dòng chất lỏng nén được sẽ tương tự khi Sh = idem; Fr = idem; Re = idem; M= idem; k = idem.

Trong thực tế còn rất nhiều những tiêu chuẩn tương tự khác nữa. Muốn có những tiêu chuẩn đó chỉ cần lấy phương trình vi phân mô tả các quá trình đã cho viết dưới dạng không thứ nguyên. Chẳng hạn như khảo sát phương trình năng lượng ta sẽ có thêm các tiêu chuẩn tương tự:

$Pr = \frac{\nu\rho Cp}{\lambda}$ - số Prandtl, đặc trưng cho tỉ số giữa nhiệt lượng được truyền bằng dẫn nhiệt và đối lưu.

$Gr = \frac{g\beta l^3 \Delta T}{\nu^2}$ - Số Grashốp, đặc trưng cho tỉ số giữa lực Acsimét và lực nhớt.

Trong đó λ - hệ số dẫn nhiệt; β - hệ số nở thể tích; ΔT - độ chênh nhiệt độ.

§9.4. MÔ HÌNH HOÁ TỪNG PHẦN

Khi khảo sát bài toán phẳng ở mục trên ta đã gặp 4 - 5 tiêu chuẩn tương tự. Nếu thoả mãn tất cả các tiêu chuẩn đó thì bài toán rất khó và trong thực tế không thể thực hiện được. Ngoài ra, không phải tất cả các tiêu chuẩn có tầm quan trọng như nhau. Trong những điều kiện cụ thể thường có thể xác định được mức độ ảnh hưởng của từng tiêu chuẩn tương tự, và lúc đó có những tiêu chuẩn ảnh hưởng rất lớn đến việc thay đổi điều kiện của quá trình vật lí - gọi là tiêu chuẩn quyết định, trong khi đó có những tiêu chuẩn hầu như không tham gia vào sự biến đổi đó - những tiêu chuẩn không quyết định. Do đó trong thực tế phải dùng mô hình hoá từng phần, nghĩa là chỉ cần tuân theo một số tiêu chuẩn quyết định.

Chẳng hạn như khi tìm điều kiện mô hình hoá của chuyển động tàu ngầm, ta thấy có thể bỏ qua tiêu chuẩn Frút, mà phải kể đến tiêu chuẩn Râynôn, nghĩa là số Re đối với nguyên mẫu và mô hình phải như nhau. Thực vậy, đối với tàu ngầm số Fr chỉ có ý nghĩa khi tàu đi xuống và đi lên mặt nước, còn khi chạy, số Fr có thể bỏ qua. Lực cản khi chạy phụ thuộc vào độ nhớt của dòng bao quanh không có xâm thực. Nhưng trong thí nghiệm mô hình ca nô chuyển động với vận tốc lớn, tiêu chuẩn Fr có ảnh hưởng lớn, còn có thể bỏ qua lực nhớt, nghĩa là không thoả mãn tiêu chuẩn Re.

Điều kiện mô hình hoá của những máy móc chuyển động trên âm, trước tiên là phải thoả mãn tiêu chuẩn Mắc (M), còn số Re tuỳ khả năng, số Fr bỏ qua. Đây không phải là mô hình hoá toàn bộ mà chỉ là từng phần. Thỉnh thoảng lắm mới thành công khi thoả mãn cả hai tiêu chuẩn Fr và Re.

Ví dụ 3. Muốn có tương tự động lực học thì vận tốc chuyển động của dầu thô trong ống có đường kính 30mm phải bằng bao nhiêu, khi vận tốc của nước trong ống có đường kính 5mm ở nhiệt độ 20^oC là 6m/s. Cho $\rho_{dầu} = 84kGs^2/m^4$; $\mu_{dầu} = 0,2P$; $\rho_{nước} = 102kGs^2/m^4$; $\mu_n = 0,013P$.

Bài giải:

Điều kiện để cho hai dòng chất lỏng chuyển động trong ống tròn tương tự là số $Re = \frac{vd\rho}{\mu}$ và số Ơle $Eu = \frac{p_o}{\rho v^2}$ bằng nhau. Nhưng theo điều kiện của bài toán, vì vận tốc của nước cho biết nên tiêu chuẩn tương tự chỉ là số Râynôn, còn số Ơle là hàm của số Re. Hay nói một cách khác, vì đại lượng đặc trưng của áp suất p_o không cho trước nên có thể chọn p_o bằng giá trị bất kì. Để cho tiện, ta chọn $p_o = \rho v^2$ từ điều kiện số Ơle $Eu = \frac{p_o}{\rho v^2} = 1$.

Do đó ta suy ra: $Re_1 \equiv Re_{dầu} = Re_{nước} \equiv Re_2$

$$\frac{v_1 d_1 \rho_1}{\mu_1} = \frac{v_2 d_2 \rho_2}{\mu_2}$$

Suy ra:
$$v_1 = v_2 \frac{d_2 \rho_2 \mu_1}{d_1 \rho_1 \mu_2} = 24,2$$

Vậy vận tốc của dầu $v_1 = 24,2m/s$.

Chương 10
BƠM LI TÂM

§10.1. MỞ ĐẦU

1. Khái niệm chung

Bơm là loại máy thuỷ lực biến đổi cơ năng của động cơ thành năng lượng để vận chuyển chất lỏng hoặc tạo nên áp suất cần thiết trong hệ thống truyền dẫn thuỷ lực.

Bơm có vị trí quan trọng trong mọi lĩnh vực kinh tế.

Theo nguyên lí làm việc và kết cấu người ta chia bơm thành hai loại:

- Bơm cách dẫn như bơm li tâm, bơm hướng trục,...
- Bơm thể tích như bơm pittông, bơm rôto,...

2. Khái niệm về bơm li tâm

Bơm li tâm thuộc loại bơm có cánh dẫn, được dùng phổ biến nhất vì bơm nhiều loại chất lỏng, hỗn hợp lỏng - rắn; có cột áp H, lưu lượng Q, công suất N, số vòng quay n thay đổi trong khoảng rộng (từ 1 đến hàng nghìn đơn vị); có hiệu suất tương đối cao; kết cấu nhỏ gọn, chắc chắn, làm việc tin cậy; chỉ tiêu kinh tế tốt.

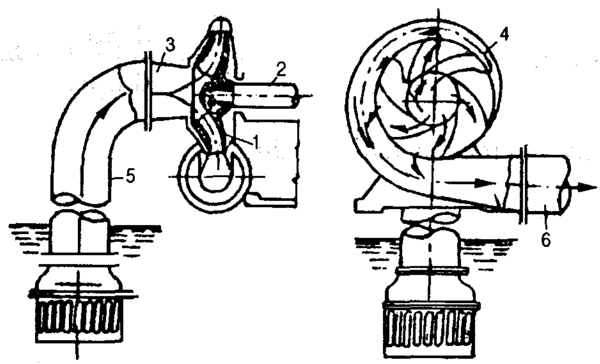
Phân loại:

- Theo cột áp của bơm: bơm cột áp thấp (H < 20m cột nước); bơm cột áp trung bình (H = 20 ÷ 60m); bơm cột áp cao (H > 60m).
- Theo số lượng bánh công tác: bơm đơn, bơm nhiều cấp.
- Theo dạng bánh công tác; bơm 1,2 miệng hút v.v...

3. Sơ đồ, nguyên lí làm việc của bơm li tâm

Sơ đồ kết cấu của bơm (hình 10.1) gồm:

1- Bánh công tác; 2- Trục bơm; 3- Bộ phận dẫn vào; 4- Buồng xoắn ốc (bộ phận dẫn ra) để dẫn chất lỏng từ bánh công tác ra ống đẩy được điều hoà, ổn định và còn có tác dụng biến một phần động năng của dòng chảy thành áp năng cần thiết; 5- Ống hút; 6- Ống đẩy.



Hình 10.1. *Sơ đồ cấu tạo của bơm li tâm*

- Nguyên lí làm việc: Trước khi bơm làm việc, cần phải mồi bơm: làm cho thân bơm (trong đó có bánh công tác) và ống hút được điền đầy chất lỏng.

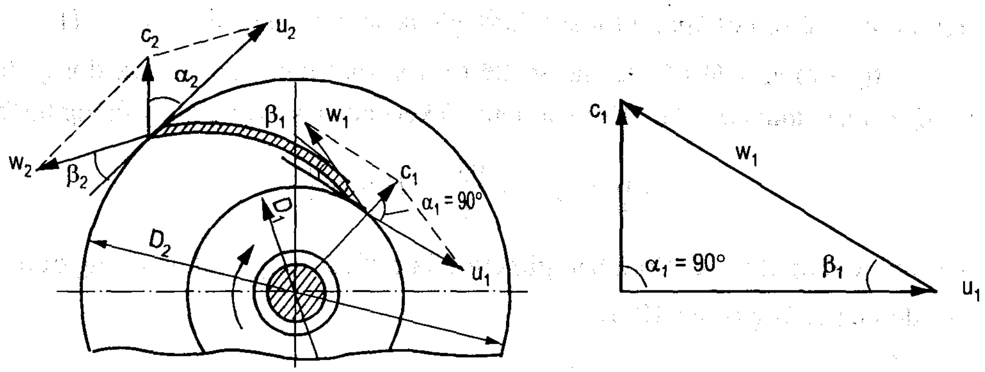
Quá trình đẩy: khi bơm làm việc, bánh công tác quay, chất lỏng trong bánh công tác dưới ảnh hưởng của lực li tâm bị dồn từ trong ra ngoài, chuyển động theo các máng dẫn và đi vào ống đẩy với áp suất cao hơn (vì mặt cắt 4 thay đổi - xoáy ốc).

Quá trình hút: đồng thời ở cửa vào của bánh công tác tạo nên một vùng có chân không dưới tác dụng của áp suất trong bể chứa lớn hơn áp suất ở cửa vào của bơm, chất lỏng ở bể được hút liên tục bị đẩy vào bơm theo ống hút.

Hai quá trình này liên tục, tạo nên dòng chảy liên tục qua bơm.

§10.2. CÁC THÔNG SỐ CƠ BẢN CỦA BƠM LI TÂM

1. Phương trình cơ bản - cột áp lí thuyết: H_{LT}; cột áp thực tế: H



Hình 10.2. *Tam giác vận tốc ở lối vào bánh công tác bơm li tâm*

Trong chương 4: Động lực học chất lỏng, từ phương trình biến thiên mô men động lượng đã thành lập được định lí Ơle 2 (4.32). Đối với bơm ta có biểu thức mô men quay của trục (hình 10.2):

$$M = \rho Q(C_2R_2\cos\alpha_2 - C_1R_1\cos\alpha_1)$$

Công suất trên trục của bánh công tác: N = Mω, ω - vận tốc góc.

Công suất thuỷ lực: $N_u = \gamma Q H_{lt}$, H_{lt} - cột áp lí thuyết.

Khi bỏ qua tổn thất: $N_u = N$, nghĩa là $\rho g Q H_{lt} = M\omega$.

Suy ra: $$H_{lt} = \frac{C_2R_2\cos\alpha_2 - C_1R_1\cos\alpha_1}{g}\omega$$

vì: $\omega R_1 = u_1$; $\omega R_2 = u_2$ - vận tốc theo.

$C_1\cos\alpha_1 = C_{1u}$; $C_2\cos\alpha_2 = C_{2u}$ - thành phần vận tốc tuyệt đối chiếu xuống phương u, nên:

$$H_{lt} = \frac{u_2C_{2u} - u_1C_{1u}}{g}$$

Đó là phương trình cơ bản của bơm li tâm hay còn gọi là phương trình Ơle của bơm.

Trong các bơm li tâm hiện đại: $\overline{C_1} \perp \vec{u}_1 \rightarrow \alpha_1 = 90^o \rightarrow C_{1u} = 0$ (để cột áp của bơm lợi nhất). Khi đó:

$$H_{lt} = \frac{1}{g}u_2C_{2u} \tag{10.1}$$

Phương trình trên được thành lập với giả thiết: cánh dẫn mỏng và nhiều vô cùng, bỏ qua tổn thất (coi chất lỏng lí tưởng). Trong thực tế, cánh có chiều dày và số cánh hữu hạn, nên:

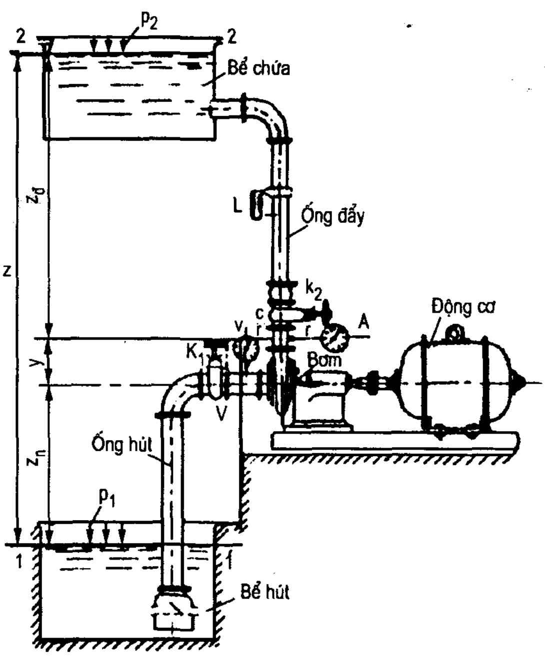
$$H = \varepsilon_z\eta_H \frac{u_2C_{2u}}{g} \text{ - cột áp thực tế.}$$

Trong đó: ε_z - hệ số cột áp: kể tới ảnh hưởng của số cánh dẫn có hạn đến H.

η_H - hiệu suất cột áp: hệ số kể tới tổn thất năng lượng của dòng chất lỏng chuyển động qua bánh công tác. Đối với bơm có kết cấu và số vòng quay thông thường thì:

$$\varepsilon_z\eta_H C_{2u} \approx \psi\frac{u_2}{2} \rightarrow H = \psi\frac{u_2^2}{2g} \tag{10.2}$$

- Cách tính cột áp thực tế. Bơm bao giờ cũng làm việc trong một hệ thống đường ống. Xét sơ đồ của chúng (hình 10.3).



Hình 10.3

$$H = e_r - e_v$$

$$= (z_r - z_v) + \frac{p_r - p_v}{\gamma} + \frac{v_r^2 - v_v^2}{2g} \text{ (bỏ qua tổn thất trong bơm).}$$

$$z_r - z_v = y$$

$$p_r = p_a + p_d$$

$$p_v = p_a - p_{ck}$$

Suy ra: $$H = y + \frac{p_d + p_{ck}}{\gamma} + \frac{v_r^2 - v_v^2}{2g}$$

cho ống hút bằng ống đẩy → $v_r = v_v$; y bỏ qua → $H = \frac{p_d + p_{ck}}{\gamma}$

Khi không có các số liệu đo được của bơm đang làm việc (p_d, p_{ck}...) mà chỉ có các số liệu yêu cầu của hệ thống trong đó bơm sẽ làm việc (p_1, p_2, h...), thì có thể tính H như sau:

Viết phương trình Bécnuli cho 1-1 và v-v: $e_1 = e_v + h_{wh} \rightarrow e_v = e_1 - h_{wh}$.

cho r – r và 2 – 2 : $e_r = e_2 + h_{wd}$

$$\rightarrow H = e_r - e_v = e_2 - e_1 + h_{wd} + h_{wh}$$

$$H = h + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2 - \alpha_1 v_1^2}{2g} + h_{wh} + h_{wd}$$

Như vậy cột áp yêu cầu của bơm để khắc phục: độ dâng cao h (độ chênh 2 mặt thoáng), độ chênh áp suất trên 2 mặt thoáng; độ chênh động năng giữa 2 mặt thoáng và tổn thất năng lượng trong ống hút và ống đẩy.

Có thể viết: $H = H_t + H_d$.

Kết cấu cánh dẫn có ảnh hưởng quyết định đến H. (xem tập 2 [6]).

2. Lưu lượng của bơm

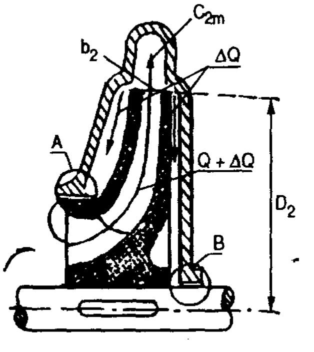
Lưu lượng của bơm được tính như sau (hình 10.4):

$$Q_{lt} = C_{2m} \pi D_2 b_2$$

Trong đó: b_2, D_2 - chiều rộng và đường kính máng dẫn ra;

C_{2m} - chiếu C_2 lên phương kính ($\perp u_2$).

Lưu lượng thực qua ống đẩy $Q < Q_{lt}$ vì một phần nhỏ ΔQ chảy trở về lối vào bánh công tác hoặc rò rỉ ra ngoài. Để đánh giá tổn thất lưu lượng, người ta đưa vào hệ số lưu lượng $\eta_Q = \frac{Q}{Q_{lt}}$.



Hình 10.4

$\eta_Q < 1$ và phụ thuộc vào chất lượng của bộ phận lót kín ($\eta_Q = 0{,}95 \div 0{,}98$).

3. Công suất

Là năng lượng chất lỏng trao đổi với bơm trong một đơn vị thời gian.

Công suất thuỷ lực hay là công suất có ích: $N_{tl} = \dfrac{\gamma QH}{1000}(kW)$

với $\gamma(N/m^3)$, $Q(m^3/s)$, $H(mH_2O)$.

Công suất trên trục bơm hay là công suất làm việc: N

$$N = \frac{N_{tl}}{\eta} = \frac{\gamma QH}{1000\eta}(kW) \quad (= \frac{\gamma QH}{75} \text{ mã lực, với } \gamma(\frac{kG}{m^3}))$$

Khi không có tổn thất: $\eta = 1$; khi có tổn thất $\eta \neq 1$ ($\eta < 1$). Như vậy, với bơm $N > N_{tl}$ còn động cơ (như tua bin): $N < N_{tl}$

$$\frac{N}{\eta} = N_{tl}$$

4. Hiệu suất

Hiệu suất η đánh giá tổn thất năng lượng trong quá trình máy trao đổi năng lượng với chất lỏng:

$$\eta_b = \frac{N_{tl}}{N}\ ;\ \eta_{dc} = \frac{N}{N_{tl}}$$

Có ba loại tổn thất nên có ba loại hiệu suất: cột áp, cơ khí và lưu lượng: $\eta = \eta_H\eta_C\eta_Q$. Công suất động cơ để kéo bơm: $N_{dc} > N$. Bốn thông số của bơm vừa nêu có liên quan mật thiết với nhau, và trong kĩ thuật mối liên quan đó được biểu diễn bằng đồ thị, gọi là đường đặc tính mà ta sẽ xét ở phần sau.

5. Độ cao hút cho phép

Viết phương trình Bécnuli cho 1-1 và v-v (hình 10.3):

$$\frac{p_1}{\gamma} = h_s + \frac{p_v}{\gamma} + \frac{\alpha_v v_v^2}{2g} + h_{wh}$$

a) $$h_{scp} = [h_s] = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} - \frac{\alpha_v v_v^2}{2g} - h_{wh} \qquad (10.3)$$

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} = h_{ck} \text{ - cột áp hút của bơm}$$

$$h_s = h_{s\max} = \frac{p_1}{\gamma}$$

suy ra, nếu $p_1 = p_a$ thì $h_{smax} = 10$m cột nước.

b) Khi không biết h_{ck} thì tính $[h_s]$ theo điều kiện không xảy.ra xâm thực: (do bốc hơi của chất lỏng gây nên).

Điều kiện tránh xâm thực:

$$\frac{p_v}{\gamma}+\frac{\alpha_v v_v^2}{2g}\geq\frac{p_{bh}}{\gamma}+\Delta h$$

p_{bp} - áp suất bão hoà (là áp suất mà tại đó chất lỏng sẽ sôi ở một nhiệt độ nhất định); Δh - cột áp chống xâm thực.

Mặt khác, theo (10.3).

$$\frac{p_v}{\gamma}+\frac{\alpha_v v_v^2}{2g}=\frac{p_a}{\gamma}-h_s-h_{wh}$$

$$\rightarrow[h_s]\leq\frac{p_a}{\gamma}-\left(\frac{p_{bh}}{\gamma}+\Delta h+h_{wh}\right)$$

Theo Rút nhép: $$\Delta h\geq 10\left(\frac{n\sqrt{Q}}{C}\right)^{4/3}$$

n (vòng/ph); Q(m^3/s); C = 800 ÷ 1000.

§10.3. TƯƠNG TỰ TRONG BƠM LI TÂM

Ta phải điều chỉnh các kết quả tính toán bằng các số liệu thực nghiệm thu được qua các thí nghiệm trên máy thu nhỏ - mô hình. Các kết quả này đem áp dụng vào máy thật - nguyên mẫu phải có điều kiện là các máy tương tự.

1. Tương tự cho các bơm

Hai bơm tương tự phải:

- Tương tự hình học: $\dfrac{D_m}{D_n}=\dfrac{b_m}{b_n}=...=k_L=\text{const}$

- Tương tự động học: tam giác vận tốc đồng dạng:

$$\frac{u_m}{u_n}=\frac{W_m}{W_n}=\frac{C_m}{C_n}=...=k_T=\text{const}$$

- Tương tự động lực học: lực = $\dfrac{F_m}{F_n}=k_p=\text{const}$

Từ đó suy ra quan hệ giữa:

- Lưu lượng: $\dfrac{Q_m}{Q_n}=?$ Ta có $Q=C_m\pi Db$

C_m - hình chiếu vận tốc tuyệt đối C lên phương $\perp$ u,

$$C_m=\varphi u=\varphi\frac{\pi}{60}Dn,\ \ \varphi\ \text{- hệ số tỉ lệ;}\ u=\frac{D}{2}\omega;\ \ \omega=\frac{\pi n}{30}$$

b - chiều rộng máng dẫn ứng với đường kính D của bánh công tác;

$b = k_1 D$, k_1 - hệ số tỉ lệ.

suy ra $Q = KD^3 n$ trong đó $K = \frac{\pi^2}{60} k_1 \varphi = \text{const}$, vì $\frac{\pi^2}{60} k_1 = \text{const}$ khi tương tự hình học, $\varphi = \text{const}$ khi tương tự động học nên: $\frac{Q}{D^3 n} = \text{const}$.

Vậy tương tự lưu lượng: $$\frac{Q_m}{Q_n} = \left(\frac{D_m}{D_n}\right)^3 \frac{n_m}{n_n} = k_L^3 \frac{n_m}{n_n} \qquad (10.4)$$

- Cột áp $$\frac{H_m}{H_n} = ?$$

$$H_{lt} = \frac{1}{g}(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) = \frac{u_2^2}{g}\left(\frac{D_{2u}}{u_2} - \frac{R_1 \omega C_{1u}}{R_2 \omega u_2}\right)$$

$$= \frac{1}{g}\left(\frac{\pi}{60}\right)^2 \left(\frac{C_{2u}}{u_2} - \frac{R_1}{R_2}\frac{C_{1u}}{u_2}\right) D^2 n^2$$

Suy ra: $$\frac{H_{lt}}{D^2 n^2} = \text{const} \rightarrow \frac{H_m}{H_n} = \left(\frac{D_m}{D_n}\right)^2 \left(\frac{n_m}{n_n}\right)^2 = k_L^2 \left(\frac{n_m}{n_n}\right)^2 \qquad (10.5)$$

- Công suất: $$\frac{N_m}{N_n} = \frac{(\gamma Q H_{lt})_m}{(\gamma Q H_{lt})_n}$$

thay (10.4), (10.5) vào:

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{\gamma_m}{\gamma_n}\left(\frac{D_m}{D_n}\right)^5 \left(\frac{n_m}{n_n}\right)^3 = \frac{\gamma_m}{\gamma_n} k_L^5 \left(\frac{n_m}{n_n}\right)^3 \qquad (10.6)$$

- Mô men: $$\frac{M_m}{M_n} = \frac{N_m}{N_n}\frac{n_n}{n_m}$$

Thay (10.6) vào: $$\frac{M_m}{M_n} = \frac{\gamma_m}{\gamma_n} k_L^5 \left(\frac{n_m}{n_n}\right)^2 \qquad (10.7)$$

2. Số vòng quay đặc trưng n_s

Để tiện việc sử dụng, thiết kế, chế tạo bơm, người ta tiêu chuẩn hoá chúng. Mỗi loại bơm sản xuất ra được chia thành nhiều nhóm (hệ thống). Trong cùng một nhóm các bơm đều có đặc tính làm việc và hiệu suất như nhau, nghĩa là chúng tương tự nhau. Để đặc trưng cho một nhóm, người ta dùng một bơm mẫu tượng trưng (mô hình). Để tiện tính toán, quy định bơm mô hình có các thông số như sau:

$H_s = 1$m cột chất lỏng

$Q_s = 75l/s$ ($N = 0{,}736$ kW = 1 mã lực) (10.8)

n_s - số vòng quay trong 1 phút.

η_s - hiệu suất có lợi nhất.

Với bất kì bơm nào chế tạo ra cũng phải tương tự với bơm mô hình cùng nhóm.

Từ (10.4): $$\frac{Q_s}{Q} = k_L^3 \frac{n_s}{n} \rightarrow \frac{0,075}{Q} = k_K^3 \frac{n_s}{n} = \frac{1}{H^{3/2}} \frac{n^3}{n_s^3} \frac{n_s}{n} = \frac{1}{H^{3/2}} \frac{n^2}{n_s^2}$$

Từ (10.5): $$\frac{H_s}{H} = k_L^2 \frac{n_s^2}{n^2} \rightarrow \frac{1}{H} = k_L^2 \frac{n_s^2}{n^2} \rightarrow k_L = \frac{1}{H^{1/2}} \frac{n}{n_s}$$

Suy ra: $$n_s = \frac{3,65nQ^{1/2}}{H^{3/4}} \tag{10.9}$$

thường dùng cho bơm, hoặc theo (10.6):

$$n_s = 1,167 \frac{nN^{1/2}}{H^{5/4}} \tag{10.10}$$

thường dùng cho tuabin, n - vg/ph; Q - m^3/s; H - m; N - kW. Với bơm li tâm $n_s < 300$.

Muốn biết một bơm nào đó thuộc nhóm của bơm mô hình nào, người ta dùng số vòng quay n_s tính theo công thức (10.9) hay (10.10) để phân biệt, nên thường gọi n_s là số vòng quay đặc trưng. Như vậy n_s của một bơm không phải là số vòng quay thực của bơm đó, mà là số vòng quay của bơm mô hình tương tự có các thông số đã ghi ở (10.8).

n_s có ý nghĩa rất lớn trong việc tính toán, thiết kế và sử dụng bơm vì trong các tài liệu kĩ thuật, các thông số cơ bản đều cho theo n_s.

3. Tương tự trong một bơm

Khi số vòng quay làm việc n thay đổi thì Q, H, N cũng thay đổi. Thực nghiệm chứng tỏ khi n thay đổi dưới 50% so với n định mức thì η thay đổi ít (coi η = const).

Vì c, w, u tỉ lệ với n nên các tam giác vận tốc sẽ đồng dạng với nhau. Do đó các chế độ làm việc khác nhau của một bơm khi n thay đổi ít, xem như là các trường hợp tương tự. Vậy ta có thể vận dụng các quan hệ tương tự ở trên để tìm quan hệ giữa H, Q, N theo số vòng quay n:

n_1 ứng với H_1, Q_1, N_1.

n_2 ứng với H_2, Q_2, N_2.

Từ (10.4): $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}$; từ (10.5): $\frac{H_1}{H_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2}$; Từ (10.6): $\frac{N_1}{N_2} = \frac{n_1^3}{n_2^3}$

Trong thực tế sử dụng bơm li tâm ngoài n thay đổi, còn có thể gặp γ hay D thay đổi.

§10.4. ĐƯỜNG ĐẶC TÍNH

1. Các thông số Q, H, N, η thay đổi theo các chế độ làm việc của bơm với n thay đổi hoặc không đổi

Đồ thị biểu diễn các mối quan hệ H - Q, N - Q, η - Q gọi là các đường đặc tính mà trong thực tế kĩ thuật hay dùng.

- Đường đặc tính lí thuyết được xây dựng từ các số liệu tính toán (từ phương trình (10.1).

- Đường đặc tính thực nghiệm: được xây dựng từ các số liệu đo qua thực nghiệm trên các bơm cụ thể.

- Đường đặc tính làm việc: đường ứng với số vòng quay không đổi n = const. Cách xây dựng đường đặc tính làm việc lí thuyết và thực nghiệm có thể tham khảo tập 2[6].

- Đường đặc tính tổng hợp: đường ứng với số vòng quay thay đổi n = var.

Đường H - Q gọi là đường cột áp - đường đặc tính cơ bản: đường quan trọng hơn cả vì nó cho ta biết khả năng làm việc của bơm.

2. Công dụng: Qua các đường đặc tính

- Ta có thể biết được một cách tổng quát các đặc tính làm việc của bơm.
- Cho phép ta mở rộng phạm vi làm việc của bơm.
- Sử dụng hợp lí các chế độ làm việc khác nhau của bơm.

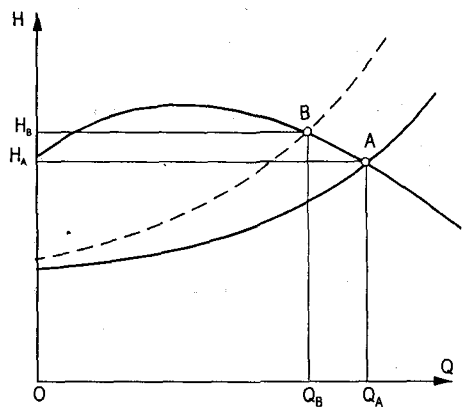
§10.5. ĐIỂM LÀM VIỆC, ĐIỀU CHỈNH BƠM

1. Điểm làm việc

Bơm bao giờ cũng làm việc trong một hệ thống cụ thể nào đấy (trong lưới ống).

Bơm làm việc ổn định khi $H_{bơm}$ (cột áp đẩy) = $H_{lưới}$ (cột áp cản).

Giao điểm A của 2 đường đặc tính biểu diễn trên đồ thị hình (10.5) là điểm làm việc của hệ thống bơm.



Hình 10.5. Điều chỉnh bơm bằng khoá

2. Điều chỉnh bơm

Điều chỉnh bơm sang chế độ làm việc khác nghĩa là thay đổi điểm làm việc của bơm theo một yêu cầu nào đó. Có nhiều phương pháp điều chỉnh.

- Điều chỉnh bằng khoá ở ống đẩy (đóng hoặc mở) để tạo ra sự thay đổi đường đặc tính lưới (không điều chỉnh khoá ở ống hút vì có thể gây ra hiện tượng xâm thực).

Mở khoá hoàn toàn: điểm làm việc A: (H_A, Q_A) - hình 10.5.

Đóng bớt khoá - gây tổn thất: $Q_A \searrow Q_B$: A $\rightarrow$ B.

Phương pháp này đơn giản, thuận tiện nhưng không kinh tế vì gây thêm tổn thất ở khoá, phạm vi điều chỉnh hạn chế.

- Điều chỉnh bằng số vòng quay của trục bơm để thay đổi đường đặc tính riêng của bơm. Điểm A (hình 10.6): (H_A, Q_A) ứng với số vòng quay n_A. Thay đổi tăng n: $n_B > n_A$: A $\rightarrow$ B (H_B, Q_B).

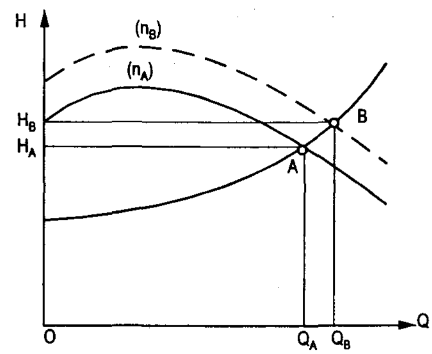
Phương pháp này tiết kiệm năng lượng, dùng cho các bơm có thiết bị thay đổi số vòng quay.

- Dùng luật tương tự để:

+ Vẽ đường đặc tính mới khi số vòng quay làm việc thay đổi.

+ Vẽ đường cùng hiệu suất (điểm làm việc tương tự).

+ Xác định số vòng quay làm việc của bơm ứng với một điểm làm việc cho trước. (Xem tập 2 [6]).



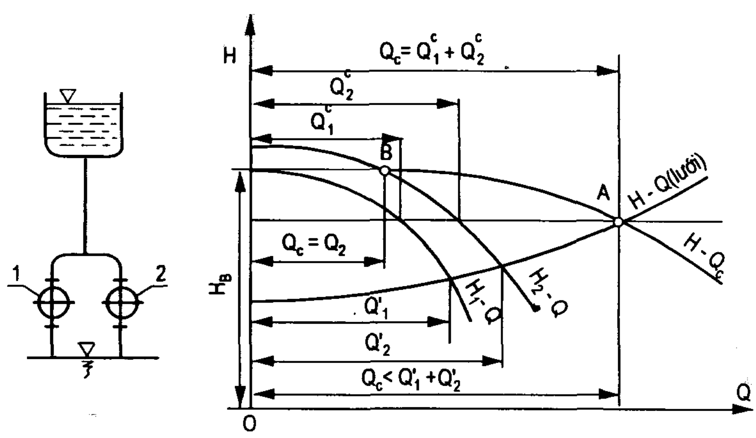
***Hình 10.6**: Điều chỉnh bơm bằng cách thay đổi số vòng quay*

§10.6. GHÉP BƠM

Trong thực tế có khi yêu cầu về cột áp hoặc lưu lượng lớn hơn cột áp và lưu lượng của một bơm trong hệ thống. Lúc đó phải ghép nhiều bơm. Có hai cách:

1. Ghép song song

Dùng trong trường hợp hệ thống có yêu cầu lưu lượng lớn hơn lưu lượng của một bơm.



***Hình 10.7a:** Ghép song song hai bơm li tâm*

Điều kiện ghép: khi làm việc các bơm ghép phải có cùng một cột áp: H = const.

Sơ đồ ghép 2 bơm: Hình (10.7a).

Thường ghép các bơm có H - Q gần giống nhau hoặc như nhau; đường H - Q thoải, đường (H - Q) lưới không dốc lắm. Cách ghép này dùng trong các hệ thống bơm cần có H thay đổi ít khi Q thay đổi nhiều.

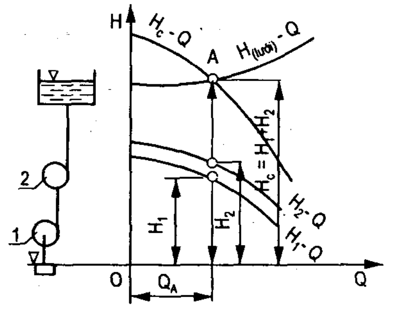
2. Ghép nối tiếp

Dùng trong trường hợp hệ thống có yêu cầu cột áp lớn hơn cột áp của một bơm. Điều kiện ghép: khi làm việc các bơm ghép có cùng một lưu lượng. Thường chọn bơm có đường H - Q dốc vì Q thay đổi ít đã tăng được cột áp theo yêu cầu.

Sơ đồ ghép hai bơm: hình 10.7b.

Việc ghép nối tiếp tương đối phức tạp vì bơm 2 phải làm việc với áp suất cao hơn bơm 1 nên phải chọn trên đường ống đẩy bơm 1 điểm nào có áp suất không gây nguy hiểm cho bơm 2.

Nói chung việc ghép bơm không kinh tế, nên chọn một bơm có Q (hay H) đạt yêu cầu.



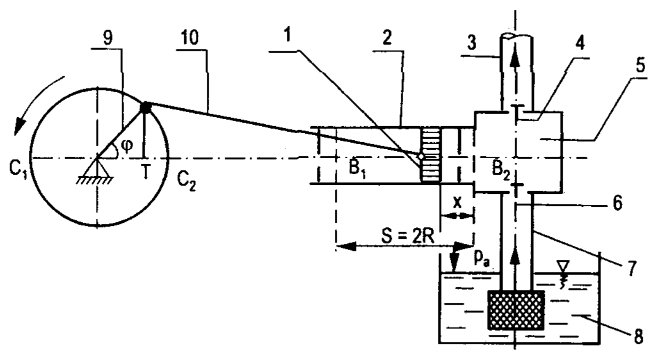
Hình 10.7b

Chương 11
BƠM PÍT TÔNG

Ta xét bơm píttông, một dạng điển hình thuộc loại bơm thể tích, dùng trong hệ thuỷ lực có áp suất cao trên 200at.

§11.1. SƠ ĐỒ CẤU TẠO, NGUYÊN LÍ LÀM VIỆC, PHÂN LOẠI

1. Sơ đồ cấu tạo, nguyên lí làm việc



Hình 11.1

Loại bơm có píttông chuyển động tịnh tiến trong xi lanh để hút và đẩy chất lỏng qua hai van là loại máy thể tích đơn giản nhất (hình 11.1). Nếu bơm được kéo bởi động cơ, thì chuyển động quay của trục động cơ được biến đổi thành chuyển động tịnh tiến của píttông 1 trong xi lanh 2 nhờ hệ thống thanh truyền tay quay 9, 10 với hành trình S = 2R (R - tay quay 9).

Hai điểm B_1, B_2 của píttông tương ứng với hai vị trí C_1, C_2 của tay quay. Khi trong buồng làm việc 5 chứa đầy chất lỏng, nếu tay quay từ vị trí C_2 quay theo chiều mũi tên thì píttông di chuyển từ B_2 về phía trái. Thể tích buồng 5 tăng dần, áp suất p trong đó giảm đi và nhỏ hơn áp suất mặt thoáng bể chứa p_a ($p < p_a$) 8. Do đó chất lỏng từ bể 8 qua van hút 6 vào buồng 5, trong khi đó van đẩy 4 đóng. Khi píttông chuyển động từ B_2 đến B_1 bơm thực hiện quá trình hút. Quá trình này kết thúc khi tay quay đến vị trí C_1.

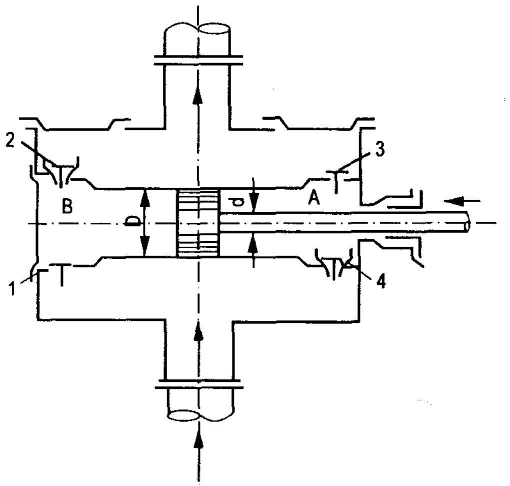
Sau đó tay quay tiếp tục quay từ C_1 đến C_2, pittông đổi chiều chuyển động từ B_1 đến B_2. Thể tích buồng 5 giảm dần, áp suất chất lỏng tăng lên, van hút 6 bị đóng, van đẩy 4 mở, chất lỏng chảy vào ống đẩy. Đó là quá trình đẩy.

Như vậy, quá trình hút và đẩy của bơm gián đoạn và xen kẽ nhau. Một quá trình hút và đẩy kế tiếp nhau gọi là chu kì làm việc của bơm. Bơm píttông không cần mồi, dùng ở những phạm vi cần áp suất cao hoặc rất cao (từ 200 at trở lên) và lưu lượng tương đối nhỏ (như trong các hệ thống truyền động, truyền lực bằng thuỷ lực).

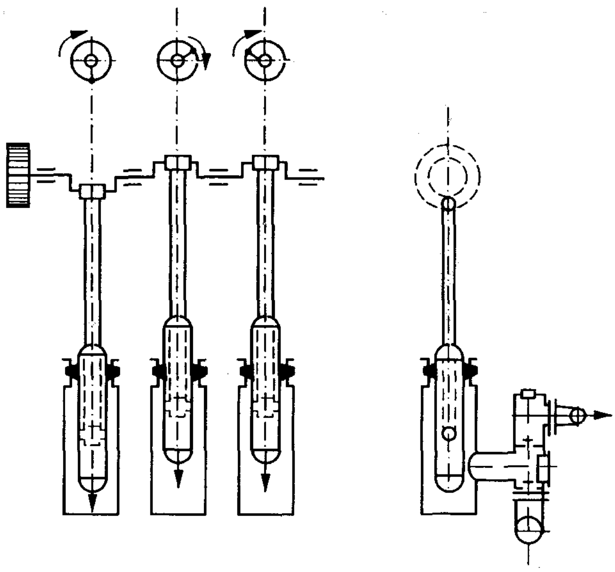
2. Phân loại. Bơm píttông thường được phân loại theo:

- **Số lần tác dụng** trong một chu kì làm việc: bơm tác dụng đơn (hình 11.1), bơm tác **dụng kép (hình** 11.2), bơm tác dụng 3 lần (hình 11.3).

- **Đặc điểm kết cấu của píttông**: bơm đĩa (hình 11.1), bơm trụ (hình 11.3).



Hình 11.2



Hình 11.3

- Theo áp suất: thấp (< 10at), trung bình 10 ÷ 20at; cao (> 20at).

- Theo lưu lượng: nhỏ (< 15m^3/h, trung bình (15 ÷ 60m^3/h); lớn (> 60m^3/h).

§11.2. LƯU LƯỢNG

Lưu lượng lí thuyết (hay lí thuyết trung bình) của bơm píttông bằng tổng thể tích làm việc của bơm trong một đơn vị thời gian. Còn lưu lượng tức thời phụ thuộc vào vận tốc chuyển động của píttông, mà vận tốc này lại thay đổi theo thời gian t, nên $Q_{tt}(t)$.

1. Lưu lượng trung bình

a) Lưu lượng lí thuyết trung bình $Q_l = \dfrac{qn}{60}$;

q - thể tích làm việc trong một chu kì.

Bơm tác dụng đơn: $q = FS = \dfrac{\pi D^2}{4} S$;

Bơm tác dụng kép: $q = FS + (F - f)\, S = (2F - f)\; S = \dfrac{\pi}{4}(2D^2 - d^2)S.$

b) Lưu lượng thực tế trung bình: $Q < Q_l$ vì bộ phận lót kín, van không kín; van hút van đẩy mở đóng chậm; không khí lọt vào bơm...

$$Q = \eta_Q Q_1 \; ; \; \eta_Q < 1$$

2. Lưu lượng tức thời

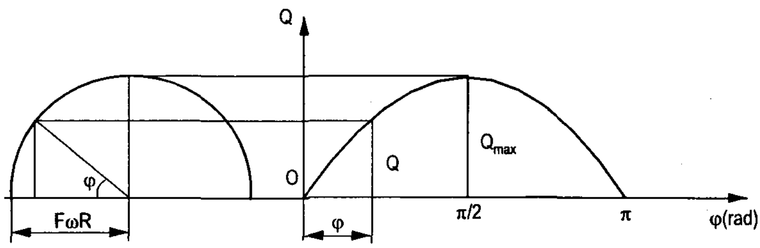
Bơm tác dụng đơn tại một thời điểm bất kì (tức thời):

Q = Fv, v: vận tốc píttông.

Khảo sát sự chuyển động của píttông (hình 11.1) vì Q phụ thuộc vào nó. Từ hình 11.1 khi $\frac{R}{l} \leq 0,10$, thì:

$$x \approx C_2T = R - R\cos\varphi$$

$$\varphi = \omega t; \qquad v = \frac{dx}{dt} = R\omega\sin\varphi \rightarrow Q = R\omega\sin\varphi$$

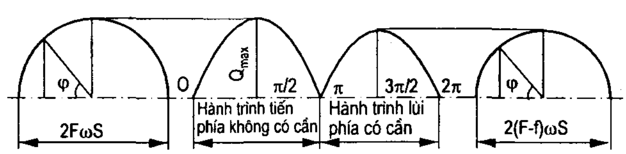


Hình 11.4

Vậy Q dao động theo hình sin: Q_{max} khi $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $Q_{min} = 0$ khi φ = 0 (hình 11.4).

Biểu đồ lưu lượng tức thời của bơm píttông tác dụng kép (hình 11.5), bơm tác dụng 4 lần (hình 11.6 ghép 2 bơm kép) và bơm tác dụng 3 lần (hình 11.7).

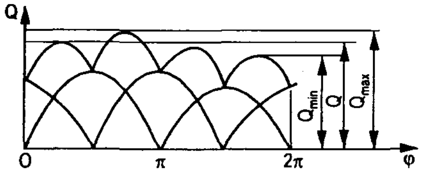
Để đánh giá mức độ không đều của lưu lượng, người ta dùng hệ số không đều về lưu lượng $\psi = \frac{Q_{max}}{Q}$.



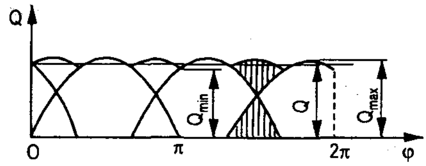
Hình 11.5

Bơm tác dụng đơn: $Q_{max} = F\omega R = FR\frac{2\pi n}{60} \rightarrow \psi = \pi$

Bơm tác dụng kép: $\psi = \frac{\pi}{2}$, tác dụng ba: $\psi = \frac{\pi}{3}$.



Hình 11.6



Hình 11.7

3. Điều chỉnh lưu lượng bằng

- Thay đổi số vòng quay trục động cơ.
- Điều chỉnh khoá để tháo chất lỏng từ buồng đẩy về buồng hút.
- Thay đổi diện tích mặt làm việc của píttông bằng các cơ cấu đặc biệt.
- Thay đổi S (tay quay - thanh truyền).
- Dùng bình khí điều hoà.

§11.3. CỘT ÁP QUÁN TÍNH, ÁP SUẤT CỦA BƠM PÍTTÔNG

1. Cột áp quán tính

Phương trình Bécnuli đối với dòng không dừng trong bơm píttông (phương trình 4.16):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}} + h_{qt};$$

$$h_{qt} = \frac{1}{g}\int \frac{\partial v}{\partial t} dl;$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{dv}{dt} = R\omega^2 \cos\varphi \rightarrow h_{qt} = \frac{L}{g} R\omega^2 \cos\varphi$$

Ví dụ như một ống có chiều dài L = 10m, R = 300mm lắp vào một bơm píttông có n = 200vg/ph, thì h_{qt} = 134m H_2O = 13,5at.

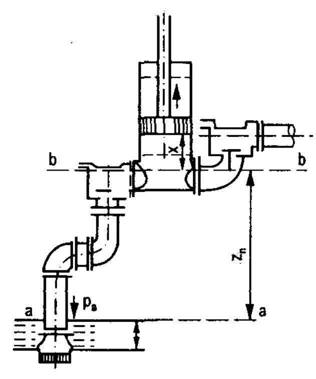
2. Áp suất trong quá trình hút

Xét bơm píttông tác dụng đơn làm việc trong hệ thống (hình 11.8). Viết phương trình Bécnuli cho mặt cắt a-a và b-b.

$$\frac{p_a}{\gamma} = z_h + \frac{p_{x_1}}{\gamma} + \frac{v_{x_1}^2}{2g} + \sum h_{w_h} + h_{qth}$$

v_{x_1} - vận tốc píttông:

p_{x_1} - áp suất ở buồng làm việc trong quá trình hút.



Hình 11.8

$$h_{qth} = \frac{L_h + x}{g} \cdot \frac{dv_{x1}}{dt}$$

$$L_h = \sum_{i=1}^{n} \frac{F}{f_t} l_i$$

l_i, f_i - chiều dài và diện tích mặt cắt các đoạn ống nối trên ống hút;

F - diện tích mặt píttông.

suy ra:
$$\frac{p_{x1}}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} - [z_h + \frac{v_{x1}^2}{2g} + \sum h_{wh} + h_{qth}]$$

Áp suất ở buồng làm việc trong quá trình hút p_{x_1} (nếu $h_{qth} > 0$) sẽ nhỏ hơn áp suất của mặt thoáng ở bể hút p_a: $p_{x_1} < p_a$.

Cột áp quán tính là đại lượng đổi dấu trong quá trình hút và đẩy của bơm. Khi píttông bắt đầu hút chất lỏng, v_{x_1} tăng dần thì h_{qth} đóng vai trò cản ($h_{qth} > 0$) làm ảnh hưởng xấu đến khả năng hút của bơm. Khi v_{x_1} giảm ($h_{qth} < 0$) thì cột áp quán tính đóng vai trò tích cực, tăng thêm cột áp, có ảnh hưởng tốt đến khả năng hút của bơm.

Điều kiện chống xâm thực: $$\left(\frac{p_{x1}}{\gamma}\right)_{x=0} \geq \frac{p_{bh}}{\gamma} + \Delta h \qquad (11.1)$$

3. Áp suất trong quá trình đẩy

Nghiên cứu biến thiên áp suất tại buồng làm việc của bơm trong quá trình đẩy.

Viết phương trình Bécnuli cho b - b và c - c:

$$\frac{p_{x_2}}{\gamma} + \frac{v_{x_2}^2}{2g} = z_d + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g} + \sum h_{wd} + h_{qtd}$$

suy ra
$$\frac{p_{x2}}{\gamma} = \frac{p_c}{\gamma} + \left[\sum h_{wd} + h_{qtd} + z_d + \frac{v_c^2}{2g}\right] - \frac{v_{x2}^2}{2g}$$

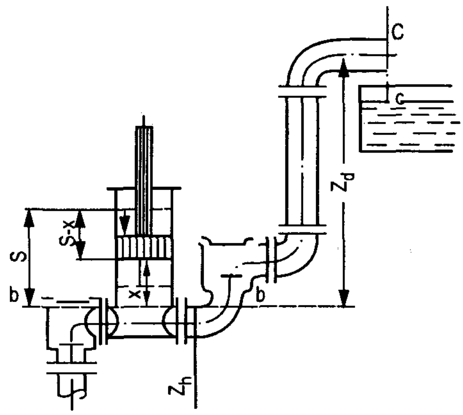
$$h_{qtd} = \frac{L_d + s - x}{g} \frac{dv_{x2}}{dt}$$

Áp suất trong buồng làm việc $p_{x_2} = (p_{x_2})_{max}$ khi píttông bắt đầu đẩy (x = s) và có trị số nhỏ nhất ở cuối quá trình đẩy (x = 0): $h_{qtd} = (-h_{qtd})_{max}$:

$$\left(\frac{p_{x_2}}{\gamma}\right)_{min} = \frac{p_c}{\gamma} + [z_d + \sum h_{wd} - h_{qtd.max}]$$

Lúc đó trong buồng làm việc có thể xuất hiện chân không ($\frac{p_{x_2}}{\gamma} < 10,3mH_2O$) và xảy ra hiện tượng xâm thực $\left(\frac{p_{x_2}}{\gamma} \leq \frac{p_{bh}}{\gamma}\right)$. Điều kiện không xảy ra xâm thực:

$$\left(\frac{p_{x_2}}{\gamma}\right)_{x=0} \geq \frac{p_{bh}}{\gamma} + \Delta h. \qquad (11.2)$$



Hình 11.9

4. Số vòng quay giới hạn: n_{max}

Ta cần phải hạn chế áp suất nhỏ nhất ở buồng làm việc của bơm trong quá trình hút và đẩy để bảo đảm không xảy ra hiện tượng xâm thực theo các điều kiện (11.1), (11.2). Số vòng quay của bơm ảnh hưởng quan trọng đến các điều kiện đó. Do đó cần phải xác định số vòng quay giới hạn của bơm n_{max}.

Thay $\omega = \dfrac{\pi n}{30}$ vào (11.1) ta được:

$$n_{max.h} = \sqrt{\frac{895}{L_h R}\left(\frac{p_a - p_{bh}}{\gamma} - \Delta h \pm h_{wh} - z_n\right)}$$

$$n_{max.d} = \sqrt{\frac{895}{L_d R}\left(\frac{p_c - p_{bh}}{\gamma} - \Delta h + h_{wd} \mp z_d\right)}$$

Số vòng quay cho phép [n] của bơm phải:

$$[n] \leq n_{maxh,\,d}$$

Với bơm nước, thường $[n] = 100 \div 200$vg/ph.

§11.4. KHẮC PHỤC HIỆN TƯỢNG KHÔNG ỔN ĐỊNH CỦA CHUYỂN ĐỘNG CHẤT LỎNG TRONG BƠM

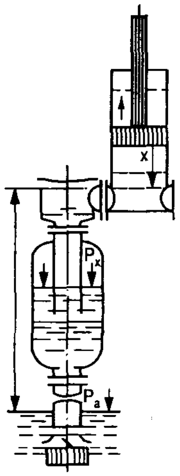
Hiện tượng này do lưu lượng và áp suất thay đổi gây ra đã làm tăng tổn thất thuỷ lực, gây chấn động và nếu bơm làm việc trong hệ thống dài, có thể xuất hiện va đập thuỷ lực làm hỏng các bộ phận của bơm và của hệ thống. Trong trường hợp nhiều bơm cùng làm việc trong một hệ thống, biên độ dao động của áp suất trong hệ thống có thể tăng lên rất lớn vì cộng hưởng. Ngoài ra, dao động của áp suất và lưu lượng của bơm còn ảnh hưởng xấu đến chất lượng làm việc của hệ thống thuỷ lực.

Do đó cần phải có biện pháp để hạn chế tính chất không ổn định của dòng chảy trong bơm píttông. Nói chung có 3 biện pháp sau đây:

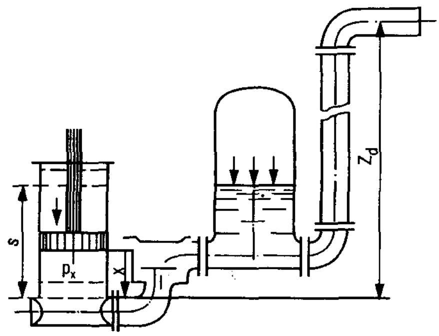
1. Dùng bơm tác dụng hai chiều (bơm tác dụng kép).

2. Dùng bơm ghép vì hệ số không đều về lưu lượng của các bơm píttông ghép nhỏ hơn bơm tác dụng đơn rất nhiều.

3. Dùng bình không khí để điều hoà lưu lượng và áp suất gọi tắt là bình điều hoà.



Hình 11.10: Bình điều hoà hút



Hình 11.11: Bình điều hoà đẩy

Đó chính là những bình chứa kín đặt trên ống hút hoặc ống đẩy ngay sát bơm (hình 11.10; 11.11). Chuyển động không ổn định của dòng chảy chỉ xuất hiện trên một đoạn ngắn từ bình điều hoà đến bơm (hoặc từ bơm đến bình điều hoà) nên giảm được tổn thất năng lượng trong ống hút (giảm lực quán tính trong ống đẩy).

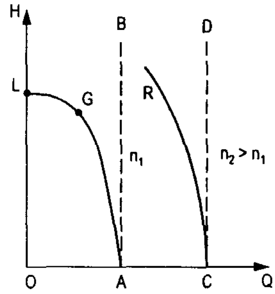
§11.5. ĐƯỜNG ĐẶC TÍNH CỦA BƠM

Bơm píttông cũng có các đường đặc tính thể hiện đặc điểm và khả năng làm việc của bơm.

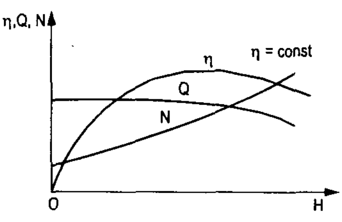
Trên hình 11.12 là đường đặc tính làm việc cơ bản của bơm pittông H = f(Q) với hai số vòng quay làm việc khác nhau $n_2 > n_1$. AB, CD - đường lí thuyết.

AG, CR - đường thực nghiệm.

Khi n tăng, đường lí thuyết và thực nghiệm càng khác nhau.

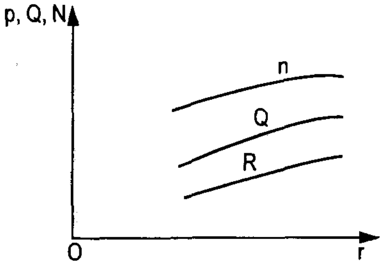


Hình 11.12

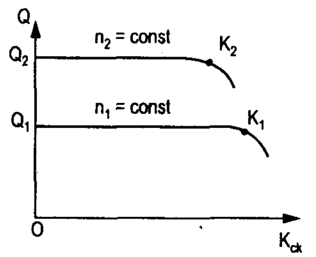


Hình 11.13

Hình 11.13 biểu diễn các đường đặc tính làm việc Q = f(H); N = f(H); η = f(H) ứng với số vòng quay n = const. Đối với bơm píttông có n = const, thường biểu diễn các thông số làm việc theo H vì khi lưu lượng Q không đổi thì việc điều chỉnh chế độ làm việc của các bơm thường được thực hiện bằng cách thay đổi áp suất làm việc. Khi áp suất làm việc của bơm không đổi (H = const), nếu số vòng quay n tăng lên thì Q, N, η cũng tăng (hình 11.14).



Hình 11.14



Hình 11.15

Hình 11.15 thể hiện các đường đặc tính xâm thực của bơm theo n_1 và n_2 ($n_1 > n_2$). Từ đường đặc tính xâm thực có thể xác định chiều cao hút cho phép của bơm.

PHỤ LỤC

Bảng 1. Bảng khí quyển tiêu chuẩn

Chiều cao H, (m)	Áp suất không khí p_H (mmHg)	Nhiệt độ T_H^o (^oK)	Khối lượng riêng tương đối của không khí	Hệ số nhớt động của không khí $\nu_H.10^{-4}$ (m^2/s)	Vận tốc âm trong không khí a_H (m/s)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0	750,0	283,0	1,000	0,144	340,2
500	715,0	284,75	0,953	0,150	338,3
1000	674,1	281,5	0,907	0,155	336,4
1500	634,2	273,25	0,864	0,161	334,4
2000	596,2	275,0	0,822	0,168	332,5
2500	560,1	271,75	0,781	0,175	330,5
3000	525,8	268,5	0,742	0,182	328,5
3500	493,2	265,25	0,705	0,189	326,5
4000	462,2	262,0	0,669	0,197	324,5
4500	432,9	258,75	0,634	0,208	322,5
5000	405,1	255,5	0,601	0,214	320,5
5500	378,7	252,25	0,569	0,224	318,4
6000	353,8	249,0	0,538	0,234	316,3
6500	330,2	245,75	0,509	0,244	314,3
7000	307,8	242,5	0,481	0,255	312,2
7500	286,8	239,25	0,454	0,267	310,1
8000	266,9	236,0	0,429	0,280	308,0
8500	248,1	232,75	0,404	0,293	305,9
9000	230,5	229,5	0,381	0,307	303,7
9500	213,8	226,25	0,358	0,323	301,6
10000	198,2	223,0	0,337	0,339	299,4
10500	183,4	219,75	0,316	0,355	297,2
11000	169,6	216,5	0,297	0,375	295,0
12000	144,07	216,5	0,2536	0,439	295,0
13000	123,72	216,5	0,2166	0,514	295,0
14000	105,67	216,5	0,1849	0,601	295,0
15000	90,24	216,5	0,1579	0,704	295,0
16000	77,07	216,5	0,1349	0,824	295,0
17000	65,8	216,5	0,1152	0,965	295,0
18000	56,21	216,5	0,0983	1,13	295,0

(Tiếp bảng 1)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
19000	48,01	216,5	0,0840	1,32	295,0
20000	41,00	216,5	0,0718	1,55	295,0
21000	35,02	216,5	0,0613	1,81	295,0
22000	29,90	216,5	0,0523	2,12	295,0
23000	25,54	216,5	0,0447	2,49	295,0
24000	21,81	216,5	0,0382	2,91	295,0
25000	18,63	216,5	0,0326	3,41	295,0
26000	15,91	216,5	0,0278	3,99	295,0
27000	13,59	216,5	0,0238	4,68	295,0
28000	11,60	216,5	0,0203	5,48	295,0
29000	9,91	216,5	0,0173	6,41	295,0
30000	8,46	216,5	0,0148	7,51	295,0

Bảng 2. Bảng các thông số vật lí của khí quyển

Chiều cao H, (km)	Nhiệt độ T_H^o (^oK)	Áp suất p_H, (mmHg)	Khối lượng riêng ρ_H (kg/m^3)
0	288,0	760	1,1
10	230,8	210	$4,2.10^{-1}$
20	212,8	42	$9,3.10^{-2}$
30	231,7	9,6	$1,9.10^{-2}$
40	262,5	2,4	$4,2.10^{-3}$
50	270,8	$7,6.10^{-1}$	$1,2.10^{-3}$
60	252,8	$2,2.10^{-1}$	$3,5.10^{-4}$
70	218,0	$5,5.10^{-2}$	$9,7.10^{-5}$
80	205,0	$1,1.10^{-2}$	$2,1.10^{-5}$
90	217,0	$2,0.10^{-3}$	$1,1.10^{-6}$
100	240,0	$6,0.10^{-4}$	$8,6.10^{-7}$
110	270,0	$2,0.10^{-4}$	$2,0.10^{-7}$
120	330,0	$6,0.10^{-5}$	$5,6.10^{-8}$
130	390,0	$2,0.10^{-5}$	$1,9.10^{-8}$
140	447,0	$7,0.10^{-6}$	$7,6.10^{-9}$
150	503,0	$3,7.10^{-6}$	$3,4.10^{-9}$
160	560,0	$2,0.10^{-6}$	$1,6.10^{-9}$
180	676,9	$7,0.10^{-7}$	$4,8.10^{-10}$
200	792,5	$3,0.10^{-7}$	$1,7.10^{-10}$
220	906,6	$1,4.10^{-7}$	$7,0.10^{-11}$

Bảng 3. Bảng các hàm khí động

$$\frac{T}{T_o} = \tau = 1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2 \qquad f = \frac{1}{c} q(\lambda)(\lambda + \frac{1}{\lambda})$$

$$\frac{p}{p_o} = \pi = (1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2)^{\frac{k}{k-1}} \qquad q = c\lambda\varepsilon(\lambda) \qquad r = \frac{c}{y(\lambda)(\lambda + \frac{1}{\lambda})} \qquad c = \frac{1}{\varepsilon(1)}$$

$$\frac{\rho}{\rho_o} = \varepsilon = (1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2)^{\frac{1}{k-1}} \qquad y = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)}$$

$k = 1,4$

λ	τ	π	ε	q	y	f	r	M
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,01	1,0000	0,9999	0,9991	0,0158	0,0158	1,0000	0,9999	0,0091
0,02	0,9999	0,9998	0,9998	0,0315	0,0315	1,0002	0,9996	0,0183
0,03	0,9999	0,9995	0,9997	0,0473	0,0473	1,0006	09999	0,0274
0,04	0,9997	09990	0,9993	0,0631	0,0631	1,0009	0,9981	0,0365
0,05	0,9996	0,9986	0,9990	0,0788	0,0788	1,0019	0,9971	0,0457
0,06	0,9994	0,9979	0,9985	0,0945	0,0945	1,0021	0,9958	0,0548
0,07	0,9992	0,9971	0,9979	0,1102	0,1102	1,0028	0,9943	0,0639
0,08	0,9989	0,9963	0,9974	0,1259	0,1259	1,0038	0,9925	0,0731
0,09	0,9987	0,9953	0,9967	0,1415	0,1415	1,0047	0,9906	0,0822
0,10	0,9983	0,9942	0,9959	0,1571	0,1571	1,0058	0,9868	0,0914
0,11	0,9980	0,9929	0,9949	0,1726	0,1726	1,0070	0,9860	0,1005
0,12	0,9976	0,9916	0,9940	0,1882	0,1882	1,0083	0,9834	0,1097
0,13	0,9972	0,9901	0,9929	0,2036	0,2036	1,0100	0,9806	0,1190
0,14	0,9967	0,9866	0,9918	0,2190	0,2190	1,0113	0,9776	0,1200
0,15	0,9963	0,9870	0,9907	0,2344	0,2344	1,0129	0,9744	0,1372
0,16	0,9957	0,9851	0,9893	0,2497	0,2497	1,0147	0,9709	0,1460
0,17	0,9952	0,9832	0,9880	0,2649	0,2649	1,0165	0,9673	0,1560
0,18	0,9946	0,9812	0,9866	0,2801	0,2801	1,0185	0,9634	0,1650
0,19	0,9940	0,9791	0,9850	0,2952	0,2952	1,0206	0,9594	0,1740
0,20	0,9933	0,9768	0,9834	0,3102	0,3102	1,0227	0,9551	0,1830
0,21	0,9927	0,9745	0,9815	0,5252	0,5252	1,0250	0,9507	0,1920
0,22	0,9919	0,9720	0,9799	0,3401	0,3401	1,0274	0,9461	0,2020
0,23	0,9912	0,9695	0,9781	0,3549	0,3549	1,0298	0,9414	0,2109
0,24	0,9904	0,9668	0,9762	0,3696	0,3696	1,0315	0,9373	0,2202

k = 1,4

λ	τ	π	ε	q	y	f	r	M
0,25	0,9896	0,9640	0,9742	0,3842	0,3842	1,0350	0,9314	0,2290
0,26	0,9887	0,9611	0,9721	0,3987	0,3987	1,0378	0,9261	0,2387
0,27	0,9879	0,9581	0,9699	0,4131	0,4134	1,0406	0,9207	0,2480
0,28	0,9869	0,9550	0,9677	0,4274	0,4274	1,0435	0,9152	0,2573
0,29	0,9860	0,9518	0,9653	0,4416	0,4416	1,0405	0,9095	0,2670
0,30	0,9950	0,9485	0,9630	0,4557	0,4804	1,0496	0,9037	0,2760
0,31	0,9840	0,9451	0,9605	0,4691	0,4790	1,0528	0,8977	0,2850
0,32	0,9829	0,9415	0,9519	0,4835	0,5135	1,0559	0,8917	0,2947
0,33	0,9819	0,9379	0,9952	0,4972	0,5382	1,0593	0,8854	0,3040
0,34	0,9807	0,9342	0,9525	0,5109	0,5469	1,0626	0,8791	0,3134
0,35	0,9796	0,9303	0,9497	0,5243	0,5636	1,0661	0,8727	0,3228
0,36	0,9784	0,9265	0,9469	0,5377	0,5804	1,0696	0,8662	0,3322
0,37	0,9772	0,9224	0,9439	0,5509	0,5973	1,0732	0,8595	0,3417
0,38	0,9759	0,9183	0,9409	0,5640	0,6142	1,0768	0,8528	0,3511
0,39	0,9747	0,9141	0,9378	0,5769	0,6312	1,0805	0,8460	0,3606
0,40	0,9733	0,9097	0,9346	0,5897	0,6482	1,0842	0,8391	0,3701
0,41	0,9720	0,9053	0,9314	0,6024	0,6654	1,0880	0,8321	0,3796
0,42	0,9706	0,9008	0,9281	0,6149	0,6826	1,0918	0,8251	0,3892
0,43	0,9692	0,8962	0,9247	0,6272	0,6998	1,0957	0,8179	0,3987
0,44	0,9677	0,8915	0,9212	0,6394	0,7172	1,0996	0,8108	0,4083
0,45	0,9663	0,8868	0,9178	0,6515	0,7346	1,1036	0,8035	0,4179
0,46	0,9647	0,8819	0,9142	0,6633	0,7521	1,1076	0,7963	0,4275
0,47	0,9632	0,8770	0,9105	0,5750	0,7697	1,1116	0,7889	0,4372
0,48	0,9616	0,8719	0,9067	0,6865	0,7874	1,1156	0,7816	0,4468
0,49	0,9600	0,8668	0,9029	0,6979	0,8052	1,1197	0,7741	6,4565
0,50	0,9583	0,8616	0,8991	0,7091	0,8230	1,1239	0,7666	0,4663
0,51	0,9567	0,8563	0,8991	0,7201	0,8409	1,1279	0,7592	0,4760
0,52	0,9549	0,8509	0,8911	0,7309	0,8590	1,1320	0,7517	0,4858
0,53	0,9532	0,8455	0,8871	0,7416	0,8771	1,1362	0,7442	0,4956
0,54	0,9514	0,8400	0,8829	0,7620	0,8953	1,1403	0,7366	0,5054
0,55	0,9496	0,8344	0,8787	0,7623	0,9136	1,1445	0,7290	0,5152
0,56	0,9477	0,8287	0,8744	0,7724	0,9321	1,1486	0,7215	0,5251
0,57	0,9459	0,8230	0,8701	0,7823	0,9506	1,1528	0,7139	0,5350
0,58	0,9439	0,8172	0,8657	0,7920	0,9692	1,1569	0,7064	0,5450
0,59	0,9420	0,8112	0,8642	0,8015	0,9880	1,1610	0,6987	0,5549

k = 1,4

λ	τ	π	ε	q	y	f	r	M
0,60	0,9400	0,8053	0,8567	0,8109	1,0069	1,1651	0,6912	0,5649
0,61	0,9380	0,7992	0,8561	0,8198	1,0258	1,1691	0,6836	0,5750
0,62	0,9359	0,7932	0,8475	0,8288	1,0449	1,1733	0,7660	0,5850
0,63	0,9339	0,7870	0,8428	0,8375	1,0641	1,1772	0,6685	0,5951
0,64	0,9317	0,7808	0,8380	0,8359	1,0842	1,1812	0,6610	0,6053
0,65	0,9296	0,7745	0,8332	0,8543	1,1030	1,1852	0,6535	0,6154
0,66	0,9274	0,7681	0,8283	0,8623	1,1226	1,1891	0,6460	0,6256
0,67	0,9252	0,7617	0,8233	0,8701	1,1423	1,1929	0,6380	0,6359
0,68	0,9229	0,7553	0,8183	0,8778	1,1622	1,1967	0,6311	0,6461
0,69	0,9207	0,7488	0,8133	0,8852	1,1822	1,2005	0,3237	0,6565
0,70	0,9183	0,7422	0,8002	0,8624	1,2024	1,2042	0,6163	0,6660
0,71	0,9160	0,7356	0,8030	0,8993	1,2227	1,2078	0,6090	0,6772
0,72	0,9136	0,7289	0,7978	0,9061	1,2431	1,2114	0,6017	0,6876
0,73	0,9112	0,7221	0,7925	0,9126	1,2637	1,2148	0,5944	0,6981
0,74	0,9087	0,7154	0,7872	0,9189	1,2845	1,2183	0,5872	0,7086
0,75	0,9063	0,7086	0,7819	0,9250	1,3054	1,2216	0,5800	0,7192
0,76	0,9037	0,7017	0,7164	0,9308	1,3265	1,2249	0,5729	0,7298
0,77	0,9012	0,6948	0,7710	0,9364	1,3478	1,2280	0,5658	0,7404
0,78	0,8986	0,6878	0,7655	0,9418	1,3692	1,2311	0,5587	0,7511
0,79	0,8960	0,6809	0,7599	0,9469	1,3908	1,2341	0,5517	0,7616
0,80	0,8233	0,6738	0,7543	0,9518	1,4126	1,2370	0,5447	0,7727
0,81	0,8907	0,6668	0,7486	0,9565	1,4346	1,2398	0,5378	0,7835
0,82	0,8879	0,6597	0,7429	0,9610	1,4567	1,2425	0,5309	0,7944
0,83	0,8652	0,6526	0,7372	0,9652	1,4790	1,2451	0,5241	0,8053
0,84	0,8824	0,6454	0,7314	0,9691	1,5016	1,2475	0,5174	0,8163
0,85	0,8796	0,6382	0,7256	0,9729	1,5243	1,2498	0,5107	0,8274
0,86	0,8767	0,6310	0,7191	0,9764	1,5473	1,2520	0,5040	0,8381
0,87	0,8739	0,6238	0,7138	0,9796	1,5704	1,2541	0,4974	0,8496
0,88	0,8709	0,6165	0,7079	0,9826	1,5938	1,2560	0,4908	0,8608
0,89	0,8680	0,6092	0,7019	0,9854	1,6174	1,2579	0,4843	0,8721
0,90	0,8650	0,6019	0,6959	0,9579	1,6412	1,2595	0,4779	0,8833
0,91	0,8620	0,5946	0,6898	0,9902	1,6652	1,2611	0,4715	0,8947
0,92	0,8589	0,5873	0,6838	0,9923	1,6895	1,2625	0,4652	0,9062
0,93	0,8559	0,5800	0,6776	0,9941	1,7140	1,2637	0,4589	0,9117
0,94	0,8527	0,5726	0,6715	0,9957	1,7388	1,2648	0,4527	0,9292

k = 1,4

λ	τ	π	ε	q	y	f	r	M
0,95	0,8496	0,5653	0,6653	0,9970	1,7638	1,2648	0,4466	0,9409
0,96	0,8464	0,5579	0,6591	0,9981	1,7890	1,2666	0,4405	0,9526
0,97	0,8432	0,5505	0,6528	0,9989	1,8146	1,2671	0,4344	0,9644
0,98	0,8399	0,5431	0,6466	0,9953	1,8404	1,2676	0,4285	0,9761
0,99	0,8367	0,5375	0,6403	0,9999	1,8665	1,2678	0,4225	0,9880
1,00	0,8333	0,5283	0,6340	1,0000	1,8929	1,2679	0,4167	1,0000
1,01	0,8300	0,5209	0,6276	0,9999	1,9195	1,2678	0,4109	1,0120
1,02	0,8266	0,5135	0,6212	0,9995	1,9464	1,2675	0,4051	1,0241
1,03	0,8232	0,5061	0,6148	0,9989	1,9737	1,2671	0,3994	1,0363
1,04	0,8197	0,4987	0,6084	0,9880	2,0013	1,2664	0,3938	1,0486
1,05	0,8163	0,4913	0,6019	0,9969	2,0291	1,2655	0,3882	1,0609
1,06	0,8127	0,4840	0,5955	0,9957	2,0573	1,2646	0,3827	1,0733
1,07	0,8092	0,4766	0,5890	0,9941	2,0858	1,2633	0,3773	1,0858
1,08	0,8056	0,4693	0,5826	0,9924	2,1147	1,2620	0,3719	1,0985
1,09	0,8020	0,4619	0,5760	0,9903	2,1439	1,2602	0,3665	1,1111
1,10	0,7983	0,4547	0,5694	0,9880	2,1734	1,2574	0,3613	1,1239
1,11	0,7947	0,4483	0,5629	0,9856	2,2034	1,2563	0,3560	1,1367
1,12	0,7909	0,4400	0,5564	0,9829	2,2337	1,2543	0,3508	1,1446
1,13	0,7872	0,4328	0,5498	0,9800	2,2643	1,2549	0,3457	1,1627
1,14	0,7834	0,4255	0,5432	0,9768	2,2954	1,2491	0,3407	1,1758
1,15	0,7796	0,4184	0,5366	0,9735	2,3269	1,2463	0,3357	1,1690
1,16	0,7757	0,4111	0,5300	0,9698	2,3588	1,2432	0,3307	1,2023
1,17	0,7719	0,4040	0,5234	0,9659	2,3911	1,2398	0,3258	1,2157
1,18	0,7679	0,3969	0,5168	0,9620	2,4238	1,2364	0,3210	1,2292
1,19	0,7640	0,3898	0,5102	0,9577	2,4570	1,2326	0,3162	1,2428
1,20	0,7600	0,3827	0,5035	0,9531	2,4906	1,2296	0,3115	1,2566
1,21	0,7560	0,3757	0,4969	0,9484	2,5247	1,2244	0,3068	1,2708
1,22	0,7519	0,3687	0,4903	0,9435	3,5593	1,2200	0,3022	1,2843
1,23	0,7478	0,3617	0,4837	0,9384	2,5944	1,2154	0,2976	1,2974
1,24	0,7437	0,3548	0,4770	0,9331	2,6300	1,2105	0,2931	1,3126
1,25	0,7396	0,3479	0,4704	0,9275	2,6660	1,2054	0,2886	1,3298
1,26	0,7354	0,3411	0,4638	0,9217	2,7026	1,2000	0,2842	1,3413
1,27	0,7312	0,3343	0,4572	0,9159	2,7398	1,1946	0,2798	1,3558
1,28	0,7269	0,3275	0,4505	0,9096	2,7775	1,1887	0,2755	1,3705
1,29	0,7227	0,3208	0,4439	0,9033	2,8158	1,1826	0,2713	1,3853
1,30	0,7183	0,3142	0,4374	0,8969	2,8547	1,1765	0,1670	1,4002
1,31	0,7180	0,3075	0,4307	0,8101	2,9841	1,1629	0,2629	1,4153
1,32	0,7096	0,3910	0,4244	0,8831	2,9343	1,1632	0,2547	1,4458

k = 1,4

λ	τ	π	ε	q	y	f	r	M
1,33	0,7052	0,2945	0,4176	0,8761	2,9750	1,1562	0,2547	1,4458
1,34	0,7007	0,2880	0,4110	0,8688	3,0164	1,1490	0,2507	1,4613
1,35	0,6962	0,2816	0,4045	0,8614	3,0586	1,1417	0,2467	1,4769
1,36	0,6917	0,2753	0,3980	0,8538	3,1013	1,1341	0,2427	1,4927
1,37	0,6872	0,2690	0,3914	0,8459	3,1448	1,1261	0,2389	1,5087
1,38	0,6826	0,2628	0,3850	0,8380	3,1889	1,1180	0,2350	1,5248
1,39	0,6780	0,2566	0,3785	0,8299	3,2340	1,1098	0,2312	1,5410
1,40	0,6733	0,2505	0,3720	0,8216	3,2798	1,1012	0,2275	1,5575
1,41	0,6687	0,2445	0,3656	0,8131	3,3263	1,0924	0,2238	1,5241
1,42	0,6639	0,2385	0,3592	0,8046	3,3737	1,0835	0,2201	1,5909
1,43	0,6592	0,2326	0,3528	0,7958	3,4219	1,0742	0,2165	1,6078
1,44	0,6544	0,2267	0,3464	0,7869	3,4710	1,0648	0,2129	1,6250
1,45	0,6496	0,2209	0,3401	0,7778	3,5211	1,0551	0,2094	1,6423
1,46	0,6447	0,2152	0,3338	0,7687	3,5720	1,0453	0,2059	1,6598
1,47	0,6398	0,2095	0,3275	0,7593	3,6240	1,0354	0,2024	1,6776
1,48	0,6349	0,2040	0,3212	0,7499	3,6768	1,0249	0,1990	1,6955
1,49	0,6300	0,1985	0,3150	0,7404	3,7308	1,0144	0,1956	1,7137
1,50	0,6250	0,1930	0,3088	0,7307	3,7858	1,0037	0,1923	1,7321
1,51	0,6200	0,1876	0,3027	0,7209	3,8418	0,9927	0,1890	1,7500
1,52	0,6149	0,1824	0,2965	0,7110	3,8990	0,9316	0,1858	1,7694
1,53	0,6099	0,1771	0,2904	0,7009	3,9574	0,9703	0,1825	1,7885
1,54	0,6047	0,1720	0,2844	0,6909	4,0172	0,9590	0,1794	1,8078
1,55	0,5996	0,1669	0,2784	0,6807	4,0778	0,9472	0,1762	1,8273
1,56	0,5944	0,1619	0,2724	0,6703	4,1394	0,9353	0,1731	1,8273
1,57	0,5892	0,1570	0,2665	0,6599	4,2054	0,9233	0,1700	1,8672
1,58	0,5839	0,1522	0,2506	0,6494	4,2680	0,9111	0,1670	1,8875
1,59	0,5786	0,1474	0,2547	0,6389	4,3343	0,8988	0,1640	1,9081
1,60	0,5733	0,1427	0,2489	0,6282	4,4020	0,8861	0,1611	1,9290
1,61	0,5680	0,1381	0,2431	0,6175	4,4713	0,8734	0,1581	1,9501
1,62	0,5626	0,1336	0,2374	0,6067	4,5422	0,8604	0,1552	1,9716
1,63	0,5572	0,1291	0,2317	0,5958	4,6144	0,8474	0,1524	1,9934
1,64	0,5517	0,1248	0,2261	0,5850	4,6887	0,8343	0,1495	2,0155
1,65	0,5463	0,1205	0,2205	0,5740	4,7647	0,8210	0,1467	2,0380
1,66	0,5407	0,1163	0,2150	0,5630	4,8424	0,8075	0,1440	2,0607
1,67	0,5352	0,1121	0,2095	0,5520	4,9221	0,7939	0,1413	2,0839
1,68	0,5296	0,1081	0,2041	0,5409	5,0037	0,7802	0,1386	2,1073
1,69	0,5240	0,1041	0,1988	0,5298	5,0877	0,7664	0,1359	2,1313

k = 1,4

λ	τ	π	ε	q	y	f	r	M
1,70	0,5183	0,1003	0,1934	0,5187	5,1735	0,7524	0,1333	2,1555
1,71	0,5126	0,0965	0,1881	0,5075	5,3167	0,7383	0,1306	2,1802
1,72	0,5069	0,0928	0,1830	0,4965	5,3520	0,7243	0,1281	2,2053
1,73	0,5012	0,0891	0,1778	0,4852	5,4449	0,7100	0,1255	2,2308
1,74	0,4954	0,0856	0,1727	0,4741	5,5403	0,6957	0,1230	2,2567
1,75	0,4896	0,0821	0,1677	0,4630	5,6383	0,6813	0,1205	2,2831
1,76	0,4837	0,0787	0,1628	0,4520	5,7390	0,6669	0,1181	2,3100
1,77	0,4779	0,0754	0,1578	0,4407	5,8427	0,6523	0,1156	2,3374
1,78	0,4719	0,0722	0,1530	0,4296	5,9495	0,6378	0,1132	2,3653
1,79	0,5660	0,0691	0,1482	0,4185	6,0593	0,6232	0,1108	2,3937
1,80	0,4600	0,0660	0,1435	0,4075	6,1723	0,6085	0,1085	2,4227
1,81	0,4540	0,0630	0,1389	0,3965	6,2893	0,5938	0,1062	2,4523
1,82	0,4470	0,0602	0,1343	0,3855	6,4091	0,5791	0,1039	2,4824
1.83	0,4418	0,0573	0,1298	0,3746	6,5335	0,5644	0,1016	2,5132
1,84	0,4357	0,0546	0,1253	0,3638	6,6607	0,5497	0,0994	2,5449
1,85	0,4296	0,0520	0,1210	0,3530	6,7934	0,5349	0,0971	2,5766
1,86	0,4234	0,0494	0,1167	0,3423	6,9298	0,5202	0,0949	2,6094
1,87	0,4172	0,0469	0,1124	0,3316	7,0707	6,5055	0,0928	2,6429
1,88	0,4109	0,0445	0,1083	0,3211	7,2162	0,4909	0,0906	2,6772
1,89	0,4047	0,0422	0,1042	0,3105	7,3673	0,4762	0,0885	2,7123
1,90	0,3983	0,0399	0,1002	0,3002	7,5243	0,4472	0,0864	2,7481
1,91	0,3920	0,0370	0,0962	0,2898	7,6885	0,4327	0,0843	2,7849
1,92	0,3856	0,0356	0,0923	0,2797	7,8540	0,4183	0,0823	2,8225
1,93	0,3792	0,0336	0,0885	0,2695	8,0289	0,4041	0,0803	2,8612
1,94	0,3727	0,0316	0,0848	0,2596	8,2098		0,0782	2,9007
1,95	0,3662	0,0297	0,0812	0,2497	8,3985	0,3899	0,0763	2,9414
1,96	0,3597	0,0279	0,0776	0,2400	8,5943	0,3758	0,0743	2,9831
1,97	0,3532	0,0262	0,0741	0,2304	8,7984	0,2618	0,0724	3,0301
1,98	0,3466	0,0245	0,0707	0,2209	9,0112	0,3480	0,0704	3,0701
1,99	0,3400	0,0229	0,0674	0,2116	9,2329	0,3343	0,0685	3,1155
2,00	0,3333	0,0214	0,0642	0,2024	9,464	0,3203	0,0668	3,1622
2,01	0,3267	0,0199	0,0610	0,1934	9,706	0,3074	0,0648	3,2104
2,02	0,3199	0,0185	0,0579	0,1845	9,961	0,2942	0,0630	3,2603
2,03	0,3132	0,0172	0,0549	0,1758	10,224	0,2811	0,0612	3,3113
2,04	0,3064	0,0159	0,0520	0,1672	10,502	0,2683	0,0594	3,3642
2,05	0,2996	0,0147	0,0491	0,1588	10,794	0,2556	0,0576	3,4190
2,06	0,2927	0,0136	0,0464	0,1507	11,102	0,2431	0,0558	3,4759
2,07	0,2859	0,0125	0,0437	0,1427	11,422	0,2309	0,0541	3,5343
2,08	0,2789	0,0115	0,0411	0,1348	11,762	0,2189	0,0524	3,5951
2,09	0,2720	0,0105	0,0386	0,1272	12,121	0,2070	0,0507	3,6583

k = 1,4

λ	τ	π	ε	q	y	f	r	M
2,10	0,2650	0,0096	0,0361	0,1198	12,500	0,1956	0,0490	3,7240
2,11	0,2580	0,0087	0,0338	0,1125	12,901	0,1843	0,0473	3,7922
2,12	0,2509	0,0079	0,0315	0,1055	13,326	0,1733	0,0157	3,8633
2,13	0,2439	0,0072	0,0294	0,0986	13,778	0,1626	0,0440	3,9376
2,14	0,2367	0,0065	0,0273	0,0921	14,259	0,1522	0,0424	4,0150
2,15	0,2296	0,0058	0,0253	0,0857	14,772	0,1420	0,0408	4,0961
2,16	0,2224	0,0052	0,0233	0,0795	15,319	0,1322	0,0393	4,1791
2,17	0,2152	0,0046	0,0215	0,0735	15,906	0,1226	0,0377	4,2702
2,18	0,2079	0,0041	0,0197	0,0678	16,537	0,1134	0,0361	4,3642
2,19	0,2006	0,0036	0,0180	0,0323	17,218	0,1045	0,0346	4,4633
2,20	0,1933	0,0032	0,0164	0,0570	17,949	0,0960	0,0331	4,5674
2,21	0,1860	0,0028	0,0149	0,0520	18,742	0,0878	0,0316	4,6778
2,22	0,1786	0,0024	0,0135	0,0472	19,607	0,0799	0,0300	4,7954
2,23	0,1712	0,0021	0,0121	0,0427	20,548	0,0724	0,0287	4,9201
2,24	0,1637	0,0018	0,0116	0,0408	22,983	0,0695	0,0273	5,0533
2,25	0,1563	0,00151	0,00966	0,0343	22,712	0,0585	0,0269	5,1958
2,26	0,1487	0,00127	0,00813	0,0290	23,968	0,0496	0,0256	5,3494
2,27	0,1412	0,00106	0,00479	0,0268	25,561	0,0461	0,0229	5,5147
2,28	0,1336	0,00087	0,00652	0,0234	26,893	0,0404	0,0216	5,6940
2,29	0,1260	0,00071	0,00564	0,0204	28,669	0,0352	0,0202	5,8891
2,30	0,1183	0,00057	0,00482	0,0175	30,658	0,0302	0,0189	6,1033
2,31	0,1106	0,00045	0,00307	0,0118	32,937	0,0258	0,0175	6,3399
2,32	0,1029	0,00035	0,00400	0,0124	33,551	0,0217	0,0161	6,6008
2,33	0,0952	0,00027	0,00280	0,0103	38,606	0,0180	0,0148	6,8935
2,34	0,0874	0,00020	0,00226	0,0083	42,233	0,0146	0,0135	7,2254
2,35	0,0796	0,00014	0,00170	0,0063	46,593	0,0111	0,0122	7,6053
2,36	0,0717	$0{,}242.10^{-4}$	0,00138	0,0051	51,914	0,0090	0,0109	8,0450
2,37	0,0638	$0{,}242.\ 10^{-4}$	0,00130	0,0038	58,569	0,0068	0,0096	8,5619
2,38	0,0559	$0{,}413.10^{-4}$	0,00074	0,0029	67,144	0,0049	0,0084	9,1882
2,39	0,0980	$0{,}242.10^{-4}$	0,00050	0,0019	78,613	0,0034	0,0071	9,9624
2,40	0,0400	$0{,}242.10^{-4}$	0,00032	0,0012	94,703	0,0022	0,0059	10,957
2,41	0,0320	$0{,}584.10^{-5}$	0,00918	0,0007	118,94	0,0012	0,0047	12,306
2,42	0,0239	$0{,}211.10^{-5}$	$0{,}884.10^{-4}$	0,0003	159,65	0,0006	0,0035	14,287
2,43	0,0158	$0{,}242.10^{-6}$	$0{,}315.\ 10^{-4}$	0,0001	242,16	0,0002	0,0025	17,631
2,44	0,0077	$0{,}316.10^{-7}$	$0{,}310.10^{-5}$	$0{,}058.10^{-4}$	499,16	$0{,}285.10^{-4}$	0,0011	25,367

Tiếp bảng 3

k = 1,33

λ	τ	π	ε	q	y	f	r	M
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,01	1,0000	0,9999	0,9999	0,0159	0,0159	1,0000	1,0000	0,0093
0,02	0,9999	0,9998	0,9999	0,0318	0,0318	1,0003	0,9995	0,0185
0,03	0,9999	0,9995	0,9997	0,0476	0,0477	1,0006	0,9990	0,0278
0,04	0,9998	0,9991	0,9993	0,0635	0,0636	1,0009	0,9982	0,0371
0,05	0,9997	0,9986	0,9990	0,0793	0,0795	1,0015	0,9972	0,0463
0,06	0,9995	0,9980	0,9985	0,0952	0,0954	1,0021	0,9959	0,0556
0,07	0,9993	0,9972	0,9979	0,1110	0,1113	1,0028	0,9944	0,0649
0,08	0,9991	0,9964	0,9973	0,1267	0,1272	1,0037	0,9928	0,0742
0,09	0,9989	0,9954	0,9968	0,1425	0,1431	1,0046	0,9908	0,0834
0,10	0,9986	0,9944	0,9958	0,1582	0,1591	1,0057	0,9887	0,0927
0,11	0,9983	0,9932	0,9949	0,1738	0,1750	1,0069	0,9864	0,1025
0,12	0,0980	0,9918	0,9938	0,1894	0,1910	1,0081	0,9838	0,1113
0,13	0,9976	0,9904	0,9928	0,2052	0,2072	1,0096	0,9810	0,1206
0,14	0,9972	0,9889	0,9917	0,2205	0,2220	1,0111	0,9781	0,1299
0,15	0,9968	0,9872	0,9903	0,2360	0,2390	1,0126	0,9749	0,1392
0,16	0,9964	0,9854	0,9890	0,2514	0,2551	1,0143	0,9715	0,1485
0,17	0,9959	0,9836	0,9877	0,2667	0,2712	1,0169	0,9679	0,1578
0,18	0,9954	0,9816	0,9862	0,2820	0,2873	1,0181	0,9642	0,1672
0,19	0,9949	0,9796	0,9846	0,2972	0,3034	1,0202	0,9602	0,1765
0,20	0,9943	0,9774	0,9830	0,3123	0,3195	1,0223	0,9561	0,1858
0,21	0,9938	0,9751	0,9812	0,3273	0,3357	1,0245	0,9518	0,1952
0,22	0,9932	0,9728	0,9795	0,3423	0,3519	1,0269	0,9473	0,2045
0,23	0,9925	0,9702	0,9775	0,3571	0,3681	1,0292	0,9427	0,2139
0,24	0,9918	0,9675	0,9755	0,3719	0,3844	1,0317	0,9378	0,2233
0,25	0,9912	0,9648	0,9734	0,3866	0,4007	1,0343	0,9329	0,2327
0,26	0,9904	0,9619	0,9712	0,4011	0,4170	1,0369	0,9277	0,2420
0,27	0,9897	0,9590	0,9690	0,4156	0,4334	1,0996	0,9224	0,2515
0,28	0,9889	0,9560	0,9667	0,4300	0,4498	1,0425	0,9170	0,2609
0,29	0,9881	0,9529	0,9644	0,4443	0,4662	1,0455	0,9114	0,2703
0,30	0,9873	0,9496	0,9619	0,4584	0,4827	1,0485	0,9057	0,2797
0,31	0,9864	0,9463	0,9594	0,4724	0,4992	1,0516	0,8999	0,2892
0,32	0,9855	0,9428	0,9567	0,4863	0,5158	1,0547	0,8940	0,2986
0,33	0,9846	0,9393	0,9540	0,5001	0,5324	1,0579	0,8879	0,3081
0,34	0,9836	0,9356	0,9510	0,5137	0,5491	1,0612	0,8817	0,3176
0,35	0,9827	0,9319	0,9484	0,5273	0,5658	1,0645	0,8754	0,3271
0,36	0,9817	0,9281	0,9455	0,5407	0,5826	1,0680	0,8690	0,3366
0,37	0,9806	0,9241	0,9424	0,5539	0,5994	1,0714	0,8625	0,3462
0,38	0,9796	0,9201	0,9393	0,5670	0,6162	1,0750	0,8560	0,3557
0,39	0,9785	0,9151	0,9331	0,5799	0,6332	1,0785	0,8493	0,3653